

填埋场释放气体运移数值模型^{*}

陈家军 王红旗 王金生

(北京师范大学环境科学研究所环境模拟与污染控制国家重点联合实验室, 北京 100875,

E-mail: jeffchen@public.bta.net.cn)

摘要 以多孔介质流体动力学理论为基础, 在考虑填埋场内气体压力变化较小、相应气体密度变化小的情况下建立了填埋场释放气体运移数值模型。该模型具有适用范围广的特点, 如边界形状任意、介质性质空间变化。模型中考虑了填埋场中介质含水量变化对气体运移的影响。通过与简单条件下所得解析解的对比分析了本数值模型的精度的可靠性。从而可为填埋场释放气体的环境影响预测和评价及控制系统的设计、管理提供依据。

关键词 填埋场释放气体, 运移, 数值模型。

Numerical Model of Landfill Gas Migration

Chen Jiajun Wang Hongqi Wang Jinsheng

(State Key Joint Lab. of Environ. Simulation and Pollution Control, Institute of Environ. Sciences, Beijing Normal University, Beijing 100875, China E-mail: jeffchen@public.bta.net.cn)

Abstract Based on the theory of fluid dynamics in porous media, a numerical model of landfill gas migration is developed under presumption of small variation of air pressure, negligible change of gas density. This model is with the characteristic of wider range of its availability, such as any shape of domain and space variation of media property at landfill site. The influence of water content of the media on landfill gas migration is taken into account. The accuracy of this numerical model is analyzed by comparison with the analytical solution in ideal conditions. Thus it provides basis for environmental impact prediction and assessment of landfill gas migration and for designing and management of landfill gas control system.

Keywords landfill gas, migration, numerical model.

固体废弃物处置的常用方法是填埋, 填埋场释放气体通常有: CH_4 、 CO_2 、 CO 、 H_2 、 H_2S 、 N_2 、 O_2 以及各种挥发性物质挥发产生的气体等^[1, 2], 对周围环境和居民的健康造成很大的危害^[2, 3]。

我国固体废物填埋处置起步较慢, 只有很少几个低标准的填埋场投入运行, 至于对填埋场释放气体运移的研究则更少^[4]。国内少数运行的几个填埋场还没有可供填埋场释放气体运移研究的监测资料。国外的研究以多孔介质流体动力学为基础, 在考虑填埋场内气体压力变化较小, 气体密度变化小的情况下引用饱水带地下水运动数学模型。其中有填埋场释放气体运移的半解析模型和数值模型^[5, 6]。国外数值模型往往没有考虑含水量变化对气体运移的影

响。本文所建立的数值模型则考虑了介质中含水量的变化。

1 填埋场释放气体运移数学模型

1.1 填埋场释放气体运移基本方程

填埋场主要释放气体的产生与水的浸入有关。水的浸入使填埋场中有机成分降解从而产生气体。严格地讲填埋场释放气体运移是填埋场中水、气多相流动的一部分, 2者之间有一定的影响。然而气体的运移要比水的运移快得多, 与填埋场释放气体运移相比较, 水的运移则相对稳定, 因此在建立填埋场释放气体运移数学模型时, 可以近似把它看成单相流问题。

^{*} 高等学校博士学科点专项科研基金资助项目
陈家军: 男, 36岁, 博士, 副教授
收稿日期: 1998-12-09

根据多孔介质流体动力学理论,在假定介质的变形很小和液相水的运移相对气体运移要稳定得多情况下,气体的连续方程可写成^[7]:

$$S_G n_e \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \vec{V}) + \rho q \quad (1)$$

式中: S_G 为饱气率; n_e 为有效孔隙度; ρ 为流体密度 (kg/m^3); t 为时间 (d); $\vec{V}$ 为相对于介质骨架的达西流速 (m/d); q 为内部源项, 即释放气体产生率 ($1/\text{d}$);

如假定气体为理想气体, 则有:

$$\rho = \frac{W_m p}{RT} \quad (2)$$

式中: W_m 为摩尔质量 (kg/mol); p 为压力 (Pa); R 为理想气体常数 ($\text{m}^3 \cdot \text{Pa}/(\text{mol} \cdot \text{K})$); T 为温度 (K); 而达西流速为:

$$\vec{V} = -K \nabla \varphi \quad (3)$$

其中:

$$K = \frac{\rho_g \bar{k}}{\mu} \quad (4)$$

$$\varphi = z + \int_0^p \frac{dp}{\rho_g} \cong z + \frac{p}{\rho_g} \quad (5)$$

式中: $K(\theta_c)$ 为导气系数张量 (m/d), 是含气率 θ_c 的函数 ($\theta_c = S_G n_e$); $\bar{k}$ 为导气率张量 (m^2); g 为重力加速度 (m/s^2); μ 为气体粘滞系数 ($\text{Pa} \cdot \text{s}$); φ 为流体的势 (m); z 为垂向位置 (m).

根据笔者所做的室内土柱导气实验研究, 导气系数可写成经验公式:

$$K(\theta_c) = K_s S_G^m \quad (6)$$

其中: K_s 为饱气(完全充满气时)导气系数; m 为与介质特性有关的参数. 将式(4)和式(5)代入式(3)达西流速可进一步写成:

$$\vec{V} = -K \nabla \varphi = -\frac{\bar{k}}{\mu} (\nabla p + \rho_g \nabla z) \quad (7)$$

将式(2)和式(7)代入式(1), 有:

$$\frac{S_G n_e W_m}{RT} \frac{\partial p}{\partial t} = \nabla \cdot \left[\rho \frac{\bar{k}}{\mu} (\nabla p + \rho_g \nabla z) \right] + \rho q$$

如考虑填埋场气体压力变化不大, 气体密度变化较小, 则上式可写成:

$$S_s \frac{\partial p}{\partial t} = \nabla \cdot \left[\frac{\bar{k}}{\mu} (\nabla p + \bar{\rho}_g \nabla z) \right] + q \quad (8)$$

式中: $S_s = \frac{S_G n_e W_m}{\rho R T}$, ρ 为平均气体密度;

式(8)即为填埋场释放气体运移的基本方程.

1.2 初始条件和边界条件

填埋场释放气体运移基本方程需加上初始条件和边界才构成一完整的定解问题(数学模型).

初始条件:

$$p|_{t=0} = p_0 \quad (9)$$

边界条件:

$$p|_{\Gamma_1} = p_1 \quad (10)$$

$$-\vec{n} \cdot \left[\frac{\bar{k}}{\mu} (\nabla p + \bar{\rho}_g \nabla z) \right] \Big|_{\Gamma_2} = q_2 \quad (11)$$

式中: Γ_1 为第一类边界(已知气压边界); Γ_2 为第二类边界(已知流量边界).

由填埋场释放气体运移基本方程式(8)加上初、边值条件式(9)至(11)则构成了填埋场释放气体运移数学模型.

2 填埋场释放气体运移数值模型

填埋场释放气体运移数学模型只有在极其简化的条件下有解析解, 一般要通过数值方法来求解. 通常一般的实际问题可以概化为二维问题, 这里先假定为剖面二维流动.

对区域 Ω 进行剖分, 剖分的单元可以是四边形, 也可以是三角形, 假定区域 Ω 剖分成 m 个单元, 有 n 个结点. 用 p 的形状函数 $\hat{p}$ 代替 p , 即

$$p \cong \hat{p} = \sum_{j=1}^n p_j(t) N_j(x, z) \quad (12)$$

式中: N_j 为结点 j 的基函数, p_j 为结点 j 上的压力离散值.

根据变分原理及迦辽金有限元法原理, 首先导出填埋场释放气体运移数学模型式(8)至(11)等价的变分方程, 再代入形状函数式(12), 则可得有限元方程为:

$$\sum_{j=1}^n \left[\int_{\Omega} N_i S_s N_j d\Omega \right] \frac{\partial p_j}{\partial t} \Big|_j + \sum_{j=1}^n \left[\int_{\Omega} \nabla N_i \cdot \frac{\bar{k}}{\mu} (\nabla N_j) d\Omega \right] p_j$$

$$= \int \nabla i q d\Omega - \int (\nabla N_i) \cdot \bar{K} \nabla z d\Omega + \int \bar{k} \frac{1}{\mu} (\nabla p) N_i dB \quad (13)$$

($i = 1, 2, \dots, n$)

式(13)写成矩阵形式为:

$$[M] \left\{ \frac{dp}{dt} \right\} + [S] \{p\} = \{G\} + \{Q\} + \{B\} \quad (14)$$

式中: $\{dp/dt\}$ 和 $\{p\}$ 分别为包含所有结点上 dp/dt 和 p 值的列向量, $[M]$ 为由储气性产生的储气矩阵; $[S]$ 为由导气性产生的导气矩阵. $\{G\}$ 、 $\{Q\}$ 和 $\{B\}$ 分别为由重力、源项和边界条件产生的列向量.

式(14)中包括压力 p 对时间 t 的导数 dp/dt , 对这一导数的处理采用差分近似, 代入式(14)得代数方程组:

$$[T] \{p\} = \{Y\} \quad (15)$$

式中: $[T]$ 为矩阵, $\{p\}$ 为待求未知向量; $\{Y\}$ 为已知向量. 例如当 dp/dt 取向后差分, $[T]$ 和 $\{Y\}$ 为:

$$\begin{cases} [T] = [M]/\Delta t + [S] \\ \{Y\} = [M]\{p\}/\Delta t + \{G\} + \{Q\} + \{B\} \\ \{p\} = \{p\}_{t-\Delta t} \end{cases} \quad (16)$$

式(16)就是填埋场释放气体运移数学模型式(8)至(11)的有限元方程组. 解这一方程组即可得到数值模型的解. 实际应用中首先确定释放气体源强^[2,8]、气体动力参数及初边值条件, 然后由此数值模型可预测填埋场内和附近任一点的气压值. 进一步由式(7)可知任一点的气体流速. 在填埋场释放气体有组织排放系统设计中由排放口设计压力值可预测排气量, 由设计排放量则可预测气压值.

本数值模型不仅可解剖面二维流问题也可解平面二维流问题, 当解平面二维流问题时只需令式(14)中 $\{G\}$ 为 0 (即不考虑重力项).

3 数值模型的精度分析

数值模型的精度分析是模型检验的一种方

式. 笔者选用了具有解析解的理想例子, 分别求出其相应的解析解与数值解, 然后用数值解同解析解进行比较从而检验数值模型的精度. 理想例子的物理模型如下: 为了解析求解的方便, 取一维流动问题. 初始压力分布已知为 P_x , 左侧压力在 $t=0$ 时刻突然从 P_0 升高到 P_1 并保持不变, 右侧为不透气的边界. 这样一个物理问题的数学模型(定解问题)为:

$$\begin{cases} S_s \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) & 0 < x < L \\ p|_{t=0} = p_x & 0 \leq x \leq L \\ p|_{x=0} = p_1, \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0 \end{cases} \quad (17)$$

根据数学物理方程的方法, 首先引入中间变量使上面数学模型的边值条件化为齐次, 再对数学模型实施正弦变换并求解, 之后正弦反变换, 最终得此问题的解为:

$$p = p_x + (p_1 - p_0) F(\bar{x}, \bar{t}) \quad (17)$$

式中:

$$\begin{aligned} F(\bar{x}, \bar{t}) &= 1 - \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \cdot \\ &\sin \frac{2n+1}{2} \pi \bar{x} \cdot e^{-\frac{1}{4}(2n+1)^2 \pi^2 \bar{t}} \quad (18) \\ \bar{x} &= \frac{x}{L}; \quad \bar{t} = \frac{at}{L^2}; \quad a = \frac{1}{S_s} \frac{k}{\mu} \end{aligned}$$

利用解析解公式和数值模型, 计算了 6 个不同时段的压力分布情况. 数值解与解析解的对比结果见表 1.

计算中采用的参数如下:

$$\begin{aligned} n &= 0.3; W_m = 28.97 \times 10^{-3} \text{ kg/mol} \\ R &= 8.3134 \text{ m}^3 \cdot \text{Pa}/(\text{mol} \cdot \text{K}) \\ t &= 303 \text{ K}; \rho = 1.2928 \text{ kg/m}^3 \\ k &= 6.5965 \times 10^{-7} \text{ m}^2; \mu = 1.8 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s} \\ S_s &= \frac{nW_m}{\rho R T} = 2.6688 \times 10^{-6} \end{aligned}$$

$$L = 100 \text{ m}; p_x = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$p_0 = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}; p_1 = 1.313 \times 10^5 \text{ Pa}$$

从计算结果可以看出, 压力从左侧逐渐向右侧传递, 所有各点经过 6.4d 则达到稳定, 即左侧边界的压力值. 通过对比可见数值解与解析解相差很小, 表明气体运移数值模型本身准

表 1 数值解与解析解对比

距离 / m	压力/ Pa											
	解析解	数值解	解析解	数值解	解析解	数值解	解析解	数值解	解析解	数值解	解析解	数值解
5	126231	123490	127702	125904	129023	127881	129771	128910	131101	130447	131300	131287
10	121387	116710	124185	120823	126766	124542	128252	126547	130902	129599	131300	131274
15	116963	111439	120824	116305	124551	121354	126752	124238	130707	128762	131300	131261
20	113102	107673	117685	112489	122398	118379	125282	122008	130514	127941	131300	131249
25	109881	105154	114818	109414	120323	115661	123849	119877	130327	127140	131300	131237
30	107314	103557	112260	107034	118344	113229	122464	117865	130146	126366	131300	131225
35	105358	102585	110027	105259	116474	111092	121134	115985	129972	125622	131300	131214
40	103935	102014	108123	103975	114725	109250	119869	114249	129806	124913	131300	131203
45	102944	101689	106535	103073	113106	107688	118676	112664	129649	124244	131300	131193
50	102286	101508	105241	102454	111625	106385	117561	111234	129502	123619	131300	131183
55	101868	101410	104210	102040	110286	105313	116532	109959	129367	123041	131300	131174
60	101614	101357	103407	101767	109092	104445	115595	108837	129243	122514	131300	131166
65	101466	101329	102796	101591	108043	103752	114756	107865	129132	122042	131300	131159
70	101384	101315	102342	101479	107140	103207	114018	107039	129035	121626	131300	131153
75	101341	101307	102014	101410	106381	102787	113387	106352	128951	121271	131300	131147
80	101319	101304	101782	101367	105765	102471	112865	105799	128882	120976	131300	131143
85	101309	101302	101625	101341	105288	102242	112457	105375	128828	120746	131300	131109
90	101304	101301	101525	101326	104950	102088	112163	105076	128789	120580	131300	131137
95	101302	101301	101470	101318	104747	101999	111987	104898	128766	120480	131300	131135
100	101301	101300	101453	101316	104680	101970	111928	104839	128758	120447	131300	131135
时间/ d	0. 02		0. 04		0. 10		0. 20		0. 80		6. 40	

确可靠.

4 结 论

本数值模型较之目前国外常用的解析、半解析模型适用条件更广,可适用于边界形状任意、介质性质空间变化的情况.模型中考虑了介质中含水量的变化并根据土柱导气实验给出了导气系数经验公式.本模型具有很高的精度,可为填埋场释放气体的环境影响预测和评价及释放气体有组织排放系统设计提供方法和手段.

参 考 文 献

1 陈鲁言,李顺成,覃有钧. 佛山市垃圾填埋场地下废气组成与产量研究. 环境科学, 1997, 8(1): 30 ~ 34

2 Theison G H and Vigil S A. Integrated solid waste management, Engineering principles and management issues. New York: M cGraw -Hill, 1993. 381 ~ 417

3 Department of the Environment, WMP26B, U K. Landfill design, construction and operational practice. London: Stationery Office, 1997. 165 ~ 177

4 周北海,松藤康司. 中国垃圾填埋场的问题与改善方法. 环境科学研究, 1998, 11(3): 22 ~ 29

5 Massmann J W. Applying groundwater flow models in vapor extraction system design. Journal of Environmental Engineering, 1989, 115(1): 129 ~ 149

6 Young A. Mathematical model of landfill gas extraction. Journal of Environmental Engineering, 1989, 115(6): 1073 ~ 1089

7 [以]雅·贝尔. 多孔介质流体动力学. 北京: 中国建筑工程出版社, 1983. 151 ~ 157

8 周中平,张俊,张永珍,杨延捷. 垃圾填埋场释气源强确定与评价及其污染控制. 环境科学, 1994, 15(3): 47 ~ 52