

示踪试验确定河流纵向弥散系数的直线图解法

郭建青 温季

(水利部农田灌溉研究所)

摘要 本文对描述一维水团示踪试验的解析表达式经过适当的数学推导, 得出一直线方程, 使该方程中的因变量和自变量仅含有原始数据(c_i, t_i), 直线的斜率和纵截距含有 D, u 和 x , 因此就可以采用作图法或线性回归法从已知观测数据求出直线的斜率和纵截距, 最后求出河流纵向弥散系数和河流主流流速。

目前, 估算河流纵向弥散系数的方法有 Fischer 法, 经验公式法和水团示踪试验法^[1]。Fischer 法认为河流产生弥散作用的主要原因是由于河段下游流速的横向不均匀性。它是目前计算纵向弥散系数最为可靠的方法, 但在应用这种方法时需要有大量的实测数据, 而且得到的结果仅是一个断面上的值。水团示踪试验法是以示踪物水团的变化速率来度量弥散系数, 它具有原理简单, 便于掌握, 且求得的结果为两测站之间河段的平均值等优点。但在实际应用时存在着不易测量示踪水团通过两测站的平均时间, 会出现人为因素对计算结果的影响。在计算过程中, 需知河流主流流速, 因此增大了试验的观测工作量。

笔者运用文献[2]中介绍的直线图解法分析水团示踪试验, 计算河流纵向弥散系数, 试图弥补前述方法之不足。

一、基本原理

在顺直、河流流速与横断面积沿程基本上保持不变的均匀河段上进行水团示踪试验, 即在该河段上游瞬时投放惰性(一级反应速率常数 $k_1 = 0$) 示踪剂, 取投放的位置为坐标原点, 沿水流方向取为 x 轴的正方向, 取投放时刻为零时刻, 则描述下游河段示踪剂浓度变化规律的解析表达式为^[1]:

$$c(x, t) = \frac{w}{A \sqrt{4D\pi t}} \exp \left[-\frac{(x - ut)^2}{4Dt} \right] \quad (1)$$

式中: c 为投放后 t 时刻, x 测站上的示踪剂浓度; w 为一次投放示踪剂的重量; A 为河流横断面积; D 为河流纵向弥散系数; u 为河流主流流速。

试验结果表明, 一般均匀河段只要离排放点的距离(L)大于以下计算值时, 式(1)就有较好的准确性^[3]:

$$L \geq \frac{1.8 B^2 u}{4 H u^*}$$

$$u^* = \sqrt{g H I}$$

式中: B 为河宽; H 为水深; u 为流速; I 为河床底坡降; g 为重力加速度。对此, 当进行水团示踪试验, 在下游布设观测站时, 应予以考虑。

根据式(1), 对时间 t 求导数, 可以得出:

$$c' = \frac{w}{A \sqrt{4D\pi t}} \exp \left[-\frac{(x - ut)^2}{4Dt} \right] \times \left(\frac{x^2 - u^2 t^2}{4Dt^2} - \frac{1}{2t} \right) \quad (2)$$

式(1)与式(2)相除, 可得:

$$\frac{c'}{c} = \frac{x^2 - u^2 t^2}{4Dt^2} - \frac{1}{2t} \quad (3)$$

式(3)可改写为:

$$t \left(1 + 2t \frac{c'}{c} \right) = \frac{x^2}{2D} - \frac{u^2}{2D} t^2 \quad (4)$$

若令: $G = t \left(1 + 2t \frac{c'}{c} \right)$; $a = -\frac{u^2}{2D}$;
 $b = \frac{x^2}{2D}$; $T = t^2$; 则式(4)简化为:

$$G = aT + b \quad (5)$$

显而易见, 因变量 G 和自变量 T 之间存在着直线关系。一方面, G 由 t, c 和 c' 组成, t 和 c 为水团示踪试验中的原始数据, c' 在 $c-t$ 曲线上可以量得, 也能够通过差分的方法近似算出; T 仅为时间 t 的平方; 另一方面, 在进行水团示踪试验时, 从投放点至下游各测站的距离 x 也为已知。因此, 只要能够由原始试验数据求出式(5)中的常数 a 和 b , 就不难计算出河流纵向弥散系数 D 和主流流速 u 的值。

二、计算方法和步骤

因为在水团示踪试验中观测到的示踪剂浓度数据在时间坐标上都是离散的, 所以可以作出如下近似处理, 即在时间坐标上采用中心差分格式:

$$c_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (c_{i+1} + c_i),$$

$$t_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (t_{i+1} + t_i),$$

$$c'_{i+\frac{1}{2}} = \frac{c_{i+1} - c_i}{t_{i+1} - t_i}$$

因此, 将式(5)写成如下的离散形式:

$$G_{i+\frac{1}{2}} = aT_{i+\frac{1}{2}} + b \quad (6)$$

其中,

$$G_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (t_{i+1} + t_i) \left(1 + 2 \frac{t_{i+1} + t_i}{t_{i+1} - t_i} \cdot \frac{c_{i+1} - c_i}{c_{i+1} + c_i} \right) \quad (7)$$

$$T_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{4} (t_{i+1} + t_i)^2 \quad (8)$$

从式(7)、(8)可以看出, $G_{i+\frac{1}{2}}$ 和 $T_{i+\frac{1}{2}}$ 仅含试验的原始数据 (c_i, t_i) 。也就是说, 利用

已知的观测数据可以分别计算出相应不同时段 $\Delta t_{i+\frac{1}{2}} = t_{i+1} - t_i$ 的 $G_{i+\frac{1}{2}}$ 和 $T_{i+\frac{1}{2}}$ 的值。

式(6)表明 $G_{i+\frac{1}{2}}$ 和 $T_{i+\frac{1}{2}}$ 之间为直线关系, 所以在求出所有的 $G_{i+\frac{1}{2}}$ 和 $T_{i+\frac{1}{2}}$ 的值之后, 可在直角坐标系中, 取 $G_{i+\frac{1}{2}}$ 为纵坐标值, $T_{i+\frac{1}{2}}$ 为横坐标值, 点绘 $G_{i+\frac{1}{2}}-T_{i+\frac{1}{2}}$ 关系直线, 量取该直线的斜率和纵截距, 就可分别得出 a 和 b 值。

此外, 为了提高计算结果的可靠性, 消除由作图而带来的误差, 还可以利用人们熟知的线性回归法计算两直线常数 a 和 b , 具体计算公式为:

$$a = \frac{\sum (T_{i+\frac{1}{2}} - \bar{T})(G_{i+\frac{1}{2}} - \bar{G})}{\sum (T_{i+\frac{1}{2}} - \bar{T})^2} \quad (9)$$

$$b = \bar{G} - a\bar{T} \quad (10)$$

式中, $\bar{T} = \frac{1}{n} \sum T_{i+\frac{1}{2}}$; $\bar{G} = \frac{1}{n} \sum G_{i+\frac{1}{2}}$, 在

a 和 b 的值确定之后, 就能够利用下式求出 D 和 u :

$$D = \frac{x^2}{2b} \quad (11)$$

$$u = \sqrt{-2aD} \quad (12)$$

综上所述, 应用直线图解法计算河流纵向弥散系数的步骤和应注意的问题可归纳为如下几点:

1. 利用相应观测时间 t_i 的示踪剂浓度值 c_i , 点绘 c_i-t_i 曲线, 若曲线上局部点有波动, 应予以修正, 使之光滑。

2. 在已绘制好的 c_i-t_i 曲线上逐个选取点据 (c_i, t_i) 。时间步长 $\Delta t_{i+\frac{1}{2}} = t_{i+1} - t_i$ 取值较小时, 可以提高计算结果的精确性, 但取值太小时, 可能会给导数 $c'_{i+\frac{1}{2}}$ 的计算带来不便。为使计算简便, $\Delta t_{i+\frac{1}{2}}$ 可选取相同的数值。

3. 利用公式(7)和(8)分别计算相应各时段的 $G_{i+\frac{1}{2}}$ 和 $T_{i+\frac{1}{2}}$ 值。

4. 在直角坐标纸上, 以 $G_{i+\frac{1}{2}}$ 为纵坐标值, $T_{i+\frac{1}{2}}$ 为横坐标值, 点绘 $G_{i+\frac{1}{2}}-T_{i+\frac{1}{2}}$ 直

线,量取该直线的斜率和在纵轴上的截距,即分别得到 a 和 b 的值.为了使作图得出的 a, b 值更为精确,可以适当选取较大比例尺作图.

此外,还可以采用线性回归法中的公式,如式(9)与(10)分别计算 a 和 b 的值.

5. 在求出 a 和 b 值以后,如果 u 为已知,则可采用式(11)或(12)直接计算 D ; 若 u 为未知,可先采用式(11)计算 D 值,然后再利用式(12)计算 u 值.

三、数字算例*

在某均匀河段上游投放 10kg 惰性示踪剂,在下游 500m 处设有观测站.已知该河段的横断面积为 20m^2 . 示踪剂投放后,不同

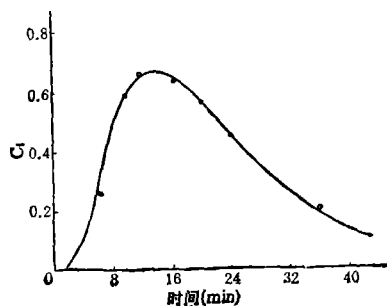


图 1 C_i-t_i 曲线

表 1 t_i-c_i 数据表

t_i (min)	6	10	12	14	16	20	24	36
c_i (mg/l)	0.254	0.583	0.649	0.663	0.642	0.552	0.444	0.197

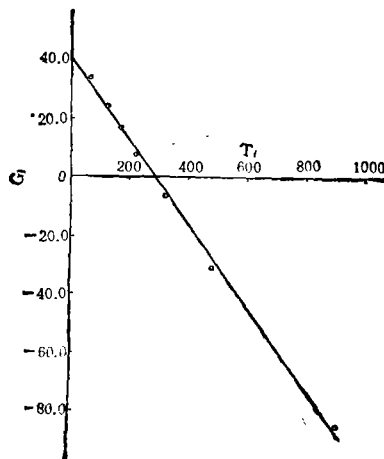


图 2 G_i-T_i 直线

表 2 $G_{i+\frac{1}{2}}$ 与 $T_{i+\frac{1}{2}}$ 计算结果

t_i	6	10	12	14	16	20	24	36
$G_{i+\frac{1}{2}}$	33.2	24.0	16.6	7.8	-6.4	-30.5	-85.6	
$T_{i+\frac{1}{2}}$	64	121	169	225	324	484	900	

表 3 回归计算结果

$T_{i+\frac{1}{2}}$	$G_{i+\frac{1}{2}}$	$(T_{i+\frac{1}{2}} - \bar{T})$	$(G_{i+\frac{1}{2}} - \bar{G})$	$\langle 3 \rangle \times \langle 4 \rangle$	$(T_{i+\frac{1}{2}} - \bar{T})^2$
$\langle 1 \rangle$	$\langle 2 \rangle$	$\langle 3 \rangle$	$\langle 4 \rangle$	$\langle 5 \rangle$	$\langle 6 \rangle$
64	33.2	-262	39.01	-10220.6	68644
121	24.0	-205	29.82	-6113.1	42025
169	16.6	-157	22.47	-3527.8	24649
225	7.8	-101	13.62	-1375.6	10201
324	-6.4	-2	-0.56	2.8	4
484	-30.5	158	-21.62	-3889.9	24964
900	-85.6	574	-79.74	-45770.8	32946
$\Sigma=2287$	-41.1			-70895	499963

$$\bar{T} = \frac{2287}{7} \approx 326$$

$$\bar{G} = \frac{-41.1}{7} \approx -5.86$$

* 本例取自文献 [3], 原例为已知有关参数确定示踪剂浓度的问题. 其中纵向弥散系数 $D = 50\text{m}^2/\text{s}$, 主流流速 $u = 0.5\text{m}/\text{s}$.

时刻测站观测到的示踪剂浓度见表 1。试求测站所在断面的纵向弥散系数和主流流速。

根据表 1 数据作出 c_i-t_i 曲线(图 1)。

由图 1 可以看出,作出的 c_i-t_i 曲线比较光滑,因此,直接采用表 1 中的数据应用式(7)和式(8)分别计算 $G_{i+\frac{1}{2}}$ 和 $T_{i+\frac{1}{2}}$ 的值,计算结果见表 2。

利用表 2 中的 $G_{i+\frac{1}{2}}$ 和 $T_{i+\frac{1}{2}}$ 值,点绘在直角坐标纸上,作出的 $G_{i+\frac{1}{2}}-T_{i+\frac{1}{2}}$ 关系直线如图 2 所示。从图上量得该直线的斜率与纵截距分别为 -0.142 和 40.6 。

D 和 u 分别计算如下:

$$D = \frac{x^2}{2b} = \frac{500^2}{2 \times 40.6} = 3078.8(\text{m}^2/\text{min}) \\ = 51.3(\text{m}^2/\text{sec})$$

$$u = \sqrt{-2aD} = \sqrt{2 \times 0.142 \times 3078.8} \\ = 29.6(\text{m}/\text{min}) = 0.49(\text{m}/\text{sec})$$

另外,还利用线性回归法计算了 a 、 b 的值。回归计算过程见表 3。

采用式(9)和(10)分别计算 a 和 b 的值为 -0.142 和 40.4 。

由此求得的 D 和 u 值分别为:

$$D = 3091.8\text{m}^2/\text{min} = 51.5\text{m}^2/\text{sec} \\ u = 29.6\text{m}/\text{min} = 0.49\text{m}/\text{sec}.$$

从以上算例可以看出,利用作图法求出的 D 、 u 值和由线性回归法得到的结果是非常相近的。因此,只要作图准确,由直线图解

法可以得出满意的结果。

四、结 束 语

直线图解法较之以前的水团示踪法在求解河流弥散系数计算中的优越性主要表现为:

1. 本方法不仅能够求出河流纵向弥散系数,而且还可同时求出河流主流流速,因此,也就为测量河流主流流速提出了一种新的途径。

2. 由于在计算过程中能够比较充分地利用试验观测数据,因此可以消除人为因素对计算结果精确性的影响。

3. 可以将计算过程编制程序,在微型计算机上运算,节省人力和时间。

4. 可分别分析多个测站的观测数据,由同一试验得到不同断面上的纵向弥散系数和主流流速。

因此,直线图解法是分析水团示踪试验,确定河流纵向弥散系数的有效方法。

参 考 文 献

- [1] W. 金士博著,水环境数学模型,第 18 页,中国建筑工业出版社,1987 年。
- [2] WANG, H. Q. et al., *Journal of Hydrology*, 95 (1/2), (1987).
- [3] 傅国伟等,水污染控制系统规划,第 110 页,清华大学出版社,1985 年。

(收稿日期:1989 年 4 月 21 日)

(上接第 36 页)

四、小 结

在处于准封闭状态的狭小盆地内,箱模式有能力模拟污染物浓度时间演变的基本特征。在兰州市西固区所作的数值试验表明,对这一地区而言,减轻光化学烟雾污染的有效途径是减少氮氧化物排放量,尤其是减少

上午的排放量。

参 考 文 献

- [1] Whitten, G.Z., et al., *Environ. Sci. Technol.*, 14, 690—709 (1980).
- [2] 李金龙等,环境科学学报,8,125—130(1988).
- [3] 南京大学数学系计算数学专业,常微分方程数值解法,第 124—126 页,科学出版社,1979 年。

(收稿日期:1989 年 1 月 4 日)

Research on Catalytic Oxidation of Organic Vapors by Unheated Stream. Liu Qicai et al. (Department of Environmental Engineering, Tsinghua University, Beijing): *Chin. J. Environ. Sci.*, 11(2), 1990, pp. 2

This paper focuses on the process and mechanism of catalytic oxidation of xylene vapor by unheated stream. The results demonstrate that the process of catalytic oxidation by unheated stream is possible, and the reaction may be maintained by reaction heat without auxiliary heat required at the xylene concentration of 16.71 g/m^3 and the volumetric velocity of 7083 h^{-1} . The main factor affecting the catalytic oxidation is the temperature of catalyst bed, and the reaction can be realized at a low temperature (about 513 K) of inlet stream containing organic vapor by the concentration of $1\text{--}16.71 \text{ g/m}^3$. Comparing with the process by heated inlet stream, the catalytic oxidation process by unheated stream is characterized by relatively lower temperature of catalyst bed and the outlet stream, less time and less power required for starting the system, and easily controlling the temperature of the catalyst bed.

The Effect of Indoor Heating with a Coal Range on 1-Hydroxypyrene in Urine. Zhao Zhenhua, Quan Wenyi, Tian Dehai (Beijing Municipal Research Institute of Environmental Protection): *Chin. J. Environ. Sci.*, 11(2), 1990, pp. 8

The changes of 1-hydroxypyrene in urine of the same households have been observed in the periods of heating with coal ranges or central heating or non-heating. The urinary 1-hydroxypyrene of several groups of people has been detected as an index. The results of statistic analysis shown that its level in the persons of indoor heating with coal ranges is higher than that of central heating or that in non-heating period. So the results demonstrate that indoor air pollution of polynuclear aromatic hydrocarbons (PAHs) is serious in the households with burning coal. It is suggested that urinary 1-hydroxypyrene can be used as a specific sensitive index for human exposure to genotoxic PAHs from burning coal.

Carbon Reserves in the Sea Area of the Zhujiang River Estuary. Han Wuying, Cai Yanya, Rong Ronggui (South China Sea Institute of Oceanology, Academia Sinica, Guangzhou): *Chin. J. Environ. Sci.*, 11(2), 1990, pp. 12

The amount of carbon in the sea region of the Zhujiang River Estuary has been calculated with the

practically surveyed data, of which are divided into four carbon reserves: hydrosphere, nonliving particle, biosphere and sediment. The carbon amount of each reserve is as follows: hydrosphere reserve is about $300 \times 10^6 \text{ kg}$; nonliving particle about $11 \times 10^6 \text{ kg}$; biosphere reserve about $3 \times 10^6 \text{ kg}$ and sediment one about $698 \times 10^6 \text{ kg}$. In the paper, some problems on distribution of different speciation of carbon in the region have also been discussed.

Effects of Refuse Compost from Urban Sources on Wheat-Growth and Soil. Zhang Yanyi, Guo Dehui, Fang Ting (Hubei University, Wuhan), Fan Man (Wuhan Institute of Environmental Hygiene): *Chin. J. Environ. Sci.*, 11(2), 1990, pp. 17

Urban refuse composts utilized as fertilizer has been studied on growth of wheat and soil by using pot-cultivated experiments. The results show that organic matter in soil increased, soil acidity and viscosity decreased, and growth of wheat was significantly promoted. However, the content of some heavy metals increased slightly in wheat grains.

The Linear Graphic Method for Determining Longitudinal Dispersive Coefficient of the Streams by Tracer Test. Guo Jianqing, Wen Ji (Institute of Farmland Irrigation, Ministry of Water Conservancy): *Chin. J. Environ. Sci.*, 11(2), 1990, pp. 24

The aim of this work is to describe that linear graphic method or linear regression method can be used to calculate longitudinal dispersive coefficient of flows in a river and its main current velocity.

The Kinetics of Complete Oxidation of Iso-Butyl Alcohol on $\text{Pt}/\text{Al}_2\text{O}_3$ Catalyst. Yu Qiquan, Jin Yun, Yang Zechang (Department of Chemistry, Peking University, Beijing): *Chin. J. Environ. Sci.*, 11(2), 1990, pp. 28

The kinetics of complete oxidation of iso-butyl alcohol on $\text{Pt}/\text{Al}_2\text{O}_3$ catalyst has been investigated by the external recirculation gradientless reactor. It is described by the L-H model of adsorption of iso-butyl alcohol and oxygen with inhibition of carbon dioxide. The parameters of the kinetics equation are estimated by the method of orthogonal design. The adsorption heat of iso-butyl alcohol, oxygen and carbon dioxide have been determined by the pulse method.

The Effects of Ozone on Respiration of the Plants *Fuchsia hybrida* Voss. and *Vicia faba* L.