

## 经验介绍

## 地下水弥散系数的就地测量方法

郑汝宽 吴增新

(北京市环境保护研究所)

## 一、引 言

地下水弥散系数是表征地下水污染物传布的重要参数、为建立地下水水质数学模型所不可缺少<sup>[1]</sup>。实验室模拟求出的弥散系数与野外就地求出的弥散系数,有文献报道相差1—2个数量级。其原因值得探讨,但由此可见,地下水弥散系数必须就地进行测量。

本文中介绍的就地测量方法是采用多井法瞬时注入同位素示踪剂的弥散试验,在一维流场中测量示踪剂弥散曲线,解二维弥散方程。在求得二条弥散曲线的情况下,用与标准弥散曲线配线法<sup>[2]</sup>求纵横向弥散系数。在仅测得一条弥散曲线的情况下,用微型计算机拟合实验曲线与理论计算曲线,在相关系数最大,均方差最小的情况下求出一套地下水弥散参数。本文将举一个实验模型与二个就地测量的实例来进行计算与讨论。

多井弥散试验在国内外都认为是投资大和难于成功。本文将描述多井弥散试验的二个成功要素:(1)选择合适的示踪剂——在文中把同位素示踪剂与氯化钠及荧光素示踪剂作比较和叙述同位素示踪剂在这个领域的优越性能。(2)准确布设试验井位,讲究成井工艺,以达到投资少而能求出必要的地下水流速及弥散参数。

本文讨论了地下水溶质弥散的物理图象。弥散角与纵横向弥散度的物理意义。讨论了实验室模拟求出的弥散度为何与野外求出的弥散度相差很大。

## 二、地下水弥散系数的就地测量方法

**1. 野外弥散试验井位的安排** 在需要建立水质数学模型区域内,选择一个含水层基本均匀,符合稳定一维达西流速的现场,打一口井径稍大的(6英寸以上)完整井,作为示踪剂注入井,要求洗井完好井壁通畅。用同位素稀释示踪法测定井中的地下水流速与流向,同该地区历来大致确定的流向与流速相验证。再在注入井的主流向下游打第一口观测井,两井之间的距离,视当地地下水流速而定,如流速很慢,井距太大,等待观测弥散曲线时间太长。如当地渗透流速为1m/d,平均实际流速为5m/d,则第一口观测井距离约为5—7m。根据作者对地下水弥散角的模型试验<sup>[3]</sup>,通常地下水弥散角小于 $\pm 16^\circ$ 。确定在与主流向夹角 $15^\circ$ ,同第一口观测井等距离的弧线上打第二口观测井。第三口观测井位于1#与2#观测井夹角中间距离增加一倍的地方(如图1)。观测井口径2—3英寸就可以,但也必须保证井壁通畅,与注入井连通性好。如果测定流向的误差大于 $\pm 10^\circ$ ,则在主流向的另一侧夹角 $15^\circ$ 与第一口井等

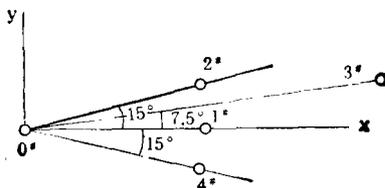


图1 弥散试验的井位安排

距离弧线上打第四口观测井。

**2. 示踪剂的投放与弥散曲线的观测** 近几年来的实践证明，短半衰期为 8 天的同位素 <sup>131</sup>I 作为地下水示踪剂，性能比较优越，投放后随地下水流动不为含水层所吸附，示踪量不需很多，多井弥散试验约几毫居里至几十毫居里，用 5g/l 的 NaI 做载体溶液，稀释至几十毫升，用特制的投源器注入到要实验的含水层位上由于投量体积小，几乎不影响地下水的温度、密度、粘度和水位等物理参数。稀释至 10<sup>6</sup> 倍后仍能灵敏地被探测。

如图 1 的井位安排，在 0\* 井投入 10 mCi <sup>131</sup>I 示踪剂，用 FD-138 型地下水流速、流向仪的核子探头在 1\* 井相应的层位上等待观测，示踪剂弥散曲线前沿到达的时间，比实际流速来得要快，弥散曲线峰值到达的时间接近于实际流速。测试仪器有可能时在 1\*、2\*、4\* 井中都设置探头。如只有一个探头需来回在 1\*、2\*、4\* 井中巡测。假定在 1\* 观测井中测到弥散曲线如图 2

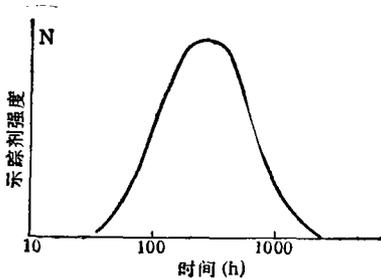


图 2 观测井中的示踪剂弥散曲线

**3. 弥散系数的计算方法** (1) 二维水动力弥散方程的解析解<sup>[2]</sup>我们讨论一个二维平面水动力弥散模型。设在无限平面上存在着达西流速  $V_i = nV$  的一维流动。令这个平面为  $xy$  平面，并使  $x$  轴方向与流速方向一致。  $t = 0$  时在原点处  $x = 0, y = 0$  的一个注入井单位厚度含水层上瞬时注入质量为  $m$  的示踪剂。这一问题的数学模型是：

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial c}{\partial t} &= D_L \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + D_T \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} - V \frac{\partial c}{\partial x}; \\ c &= c(x, y, t) \text{ 当 } t = 0, x, y \neq 0 \\ c(x, y, 0) &= 0 \\ c(\pm \infty, y, t) = 0, c(x, \pm \infty, t) &= 0 \quad t \geq 0 \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} ncdxdy &= m \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

示踪剂随地下水流动，浓度  $c$  是  $x, y, t$  的函数， $n$  为地下含水层有效孔隙度。

示踪剂分子扩散效应在砂质岩层中一般小于  $10^{-3} \text{ m}^2/\text{d}^{[4]}$ ，它与弥散系数相比可以忽略时，

$$D_L = \alpha_L V, \quad D_T = \alpha_T V \quad (2)$$

$D_L, D_T$  是示踪剂在含水层中的纵横向弥散系数，量纲为  $\text{m}^2/\text{d}$ ， $\alpha_L, \alpha_T$  为纵横向弥散度，量纲为  $m$ 。为简化解方程示踪剂的放射衰变另作修正。上述微分方程(1)的解为

$$c(x, y, t) = \frac{m/n}{4\pi t \sqrt{D_L \cdot D_T}} \times \exp \left\{ -\frac{(x - Vt)^2}{4D_L t} - \frac{y^2}{4D_T t} \right\} \quad (3)$$

将(2)式代入(3)式得

$$c(x, y, t) = \frac{m/n}{4\pi V t \sqrt{\alpha_L \cdot \alpha_T}} \times \exp \left\{ -\frac{(x - Vt)^2}{4\alpha_L t V} - \frac{y^2}{4\alpha_T t V} \right\} \quad (4)$$

设  $(x, y)$  是一个观测井的坐标， $c(t)$  是这个观测井中示踪剂随时间变化的浓度。引进下列无量纲变换：

$$\left. \begin{aligned} r_R &= V \cdot t / \alpha_L; \quad a = \left[ \frac{x^2}{\alpha_L^2} + \frac{y^2}{\alpha_L \cdot \alpha_T} \right]^{1/2}; \\ c_R &= \frac{c}{c_{\max}} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中  $c_{\max}$  是  $c(t)$  浓度变化曲线的峰值，将(5)式代入(4)式得

$$c_R(t_R) = k \cdot t_R^{-1} \exp \left[ -\frac{a^2 + t_R^2}{4t_R} \right] \quad (6)$$

其中,

$$\left. \begin{aligned} k &= t_{Rmax} \exp \left[ \frac{a^2 + t_{Rmax}^2}{4t_{Rmax}} \right], \\ t_{Rmax} &= \sqrt{4 + a^2} - 2 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

(6) 式中  $c_R \sim t_R$  的关系仅依赖于无量纲参数  $a$  值, 因此可把(6)式用计算机排一简单程序, 对不同的  $a$  值, 可计算出一组  $c_R \sim t_R$  的数据, 可绘出一簇不同  $a$  值的标准弥散曲线如图 3, 图中纵坐标为  $c_R$  已经归一化, 横坐标  $t_R$  用对数尺度。

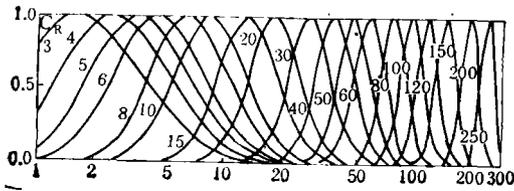


图 3 标准弥散曲线  
(图中的数字表示  $a$  的值)

(2) 配线法求纵横向弥散度 如果 1\* 井中测到如图 2 的弥散曲线, 把它与图 3 的标准曲线配比, 选出最接近的一条标准曲线的  $a$  值记为  $a_1$ , 1\* 井安设在主流向  $x$  轴上, 它坐标应为  $(x_1, 0)$ . 则由(5)式得出:

$$a_1 = \frac{x_1}{\alpha_L} \quad \text{即} \quad \alpha_L = \frac{x_1}{a_1} \quad (8)$$

如果在 2\* 或 3\* 中又观测到一条弥散曲线, 再与标准曲线图相比, 求出相应的  $a_2$ , 该井孔的坐标为  $(x_2, y_2)$ , 则由(5)式得出:

$$\alpha_T = y_2^2 / \alpha_L (a_2^2 - x_2^2 / \alpha_L^2) \quad (9)$$

由(5)式知地水平均实际流速

$$V = \frac{t_{Rmax} \cdot \alpha_L}{t_m}$$

由(7)求出  $t_{Rmax}$ , 由弥散曲线查得  $t_m$  就可算出  $V$ , 再由(2)式就可算出纵横向弥散系数。

(3) 用计算机拟合优选法求纵横向弥散度

在野外进行弥散试验时, 很可能仅在地

下水主流向附近的一个观测井内测到一条弥散曲线, 如何从这条实验曲线来求纵横向弥散度, 我们设计了一种用微型 CaSiO PB-700 计算机程序, 把实验曲线与理论计算曲线拟合的方法求参数。首先从这条实验曲线上求出  $\alpha_L$  与  $V$  的初值, 再用计算机优选求出一组  $\alpha_L, \alpha_T, V$  与  $\theta$  的真值。  $\theta$  角是注入井与观测井的连线与地下水主流向的偏角。即测得弥散曲线的观测井不一定在地下水的主流向上。则该观测井的坐标为  $x = R \cos \theta, y = R \sin \theta, R$  为两井之间的直线距离。测得的示踪剂浓度弥散曲线经归一化后应符合(6)表达式。我们把(5)与(6)式编制成计算机程序。  $\alpha_L$  与  $V$  的初值已知, 横向弥散度  $\alpha_T$  与纵向弥散度  $\alpha_L$  之间, 随地下水流速的不同大致有一个比例, 流速越大,  $\alpha_L / \alpha_T$  比值越大, 根据作者经验大约在 2—10 之间。  $\theta$  角也不会很大, 大约在 0—10° 之间。所以在确定  $\alpha_L$  与  $V$  的初值之后,  $\alpha_T$  与  $\theta$  给一定区间, 由计算机进行优选, 再适当变动  $\alpha_L$  与  $V$ , 重复优选。优选结果使实验点与计算曲线的相关系数最大, 均方差最小, 拟合的实验点最贴近计算曲线。此计算曲线的  $\alpha_L, \alpha_T, V, \theta$  即为要求的真值。

#### 4. 测定地下水弥散系数的几个实例

例 1. 应用水文地质模型测定地下水弥散系数<sup>[3]</sup>

模型的结构与布置请参阅文献 [3]。如图 4 的井位安排, 0\* 注入孔为  $\phi 100$  的铁滤水管在坐标原点, 1\*(212, 0)、2\*(210, 26) 观测孔是  $\phi 50$  硬塑料滤水管, 投 <sup>131</sup>I 示踪剂量为 0.5 毫居里。在 1\* 及 2\* 孔用 FD-138 地

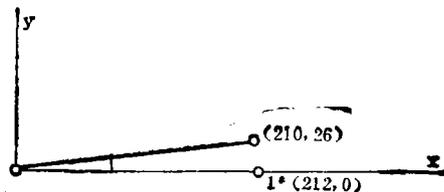


图 4 例 1 井位安排图

下水流速流向观测示踪剂弥散的  $r$  放射性强度如表 1:

表 1 例 1 弥散强度观测表

观测时间间隔 $t$ (min)	1#观测孔		2#观测孔	
	$N_r$ 强度 (微仑/h)	$c_R = \frac{c}{c_{max}} = \frac{N_r}{N_{max}}$	$N_r$ 强度 (微仑/h)	$c_R = \frac{c}{c_{max}} = \frac{N_r}{N_{max}}$
188	44	0.017		
198	200	0.077	16	0.012
203	360	0.14		
208	760	0.29	40	0.031
218	1200	0.46	72	0.056
228	1900	0.73	128	0.10
238	2500	0.96	328	0.25
248	2600	1.00	688	0.53
258	2800	0.89	988	0.77
268	1800	0.69		
278	1300	0.50	1288	1.00
288	700	0.27	988	0.77
298	380	0.15	668	0.52
308	200	0.085	408	0.32
318	140	0.054	268	0.21
328	52	0.020	108	0.084
348	36	0.014	52	0.040

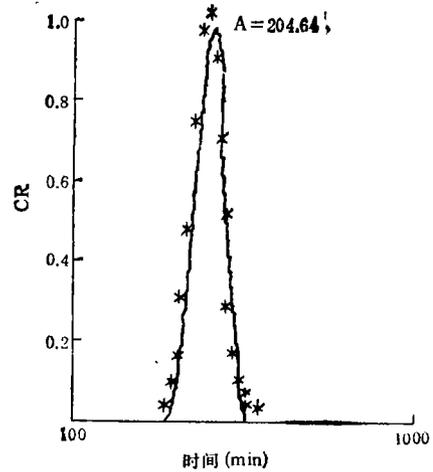


图 5 例 1 的弥散曲线拟合图

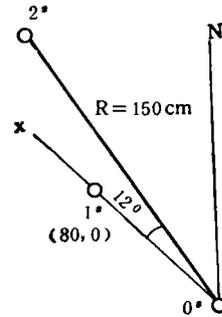


图 6 例 2 # 井布置图

把 1# 观测孔的  $c_R \sim t$  用半对数坐标作图,用此图与标准曲线图 3 配线,得出比较近似的一条曲线  $a_1$  值为 200,  $x_1 = 212\text{cm}$ . 代入(8)式求得  $\alpha_L = 1.06\text{cm}$ , 用 2# 观测孔的数据作图与标准曲线配线,选配曲线的  $\alpha_2$  值大约在 200—250 之间,不好确定,误差太大. 所以不能用配线法求  $\alpha_L$  与  $\alpha_T$ , 只能用微机拟合方法优选, 优选的结果与拟合的曲线图如图 5.

图 5 中\*点为实验点, 曲线为相应  $\alpha_L = 0.0104\text{m}$ ,  $\alpha_T = 0.0014\text{m}$ ,  $\theta = 2^\circ$ , 地下水实际流速  $V = 0.0085\text{m/min}$  的标准弥散曲线, 相应的  $a$  值为 204.6.  $R_1$  为相关系数 = 0.9958, 均方差  $W = 0.0175$ .

例 2: 河北省某地地下水弥散试验

井位布置如图 6. 地下水流向测知为北西  $315^\circ$ , 0# 为注入孔, 1#, 2# 为观测孔, 井

孔深均为 19m, 13.8—19m 为粉沙及粘沙含水层, 井管均用硬塑料滤管  $\phi 50$ , 井管外 13.8—19m 充填砾料, 滤水管外缠棕, 13.8m 以上井管外以粘土球止水. 用专用投源器在井深 15.2m 深度上投同位素示踪剂  $^{131}\text{I}$  7mCi, 进行搅拌. 在 1# 孔观测到示踪剂的弥散强度如表 2.

同例 1 在半对数坐标纸上用表 2 的数据作  $c_R \sim t$  的弥散曲线图, 用此曲线与标准曲线图 3 配线, 求出此弥散曲线的  $a_1 = 10$ , 1# 孔与 2# 孔之间夹角约为  $12^\circ$ , 但 2# 孔竟未观测到弥散的示踪剂. 这大约有二种可能, 一种是 2# 孔井壁不通畅, 示踪剂未能进入井管. 另一种正如文献[5]所说, 示踪剂以脉冲方式注入地下时, 只发生很微弱的横向

表 2 河北省某地 1#孔观测弥散强度

观测时间 间隔 t (h)	观测强度 N <sub>t</sub> (微仑/h)	衰变时间修 正后的强度 值 N' <sub>t</sub>	归一化后的强度值 $c_{R} = \frac{c}{c_{max}} = \frac{N'_t}{N'_{max}}$
71	176	227	0.10
75	280	367	0.16
78	375	496	0.22
80	480	640	0.28
83	470	904	0.40
87	800	1094	0.48
98	1008	1432	0.63
147	1340	2278	1.00
165	1230	2216	0.97
197	966	1955	0.86
217	805	1750	0.77
219	736	1611	0.71
250	495	1208	0.53
266	414	1071	0.47
291	334	937	0.41
317	248	770	0.34

代入计算机程序优选的结果如图 7

$\alpha_L = 0.075m, \alpha_T = 0.024m, a = 10.7, V = 0.0043m/h, \theta = 2^\circ, R_1 = 0.9833, W = 0.044.$

例 3 石家庄某地弥散试验

井位按排如下图 8, 0# 为注入井, 井管为铁滤水管 8 英寸直径, 1#、2# 观测井为 4 英寸铁管, 地下水流向为东南 45°. 1# 井假设在主流向上, 与 2# 井的夹角约为 10°. 井深均为 40m 含水层在地下 22.5—38.3 m, 是良好的砂砾层, 滤管埋深 18.85—40m. 在 0# 注入孔投示踪剂约 40mCi, 在 22.5 与 28m 深度上分二次投放, 然后搅拌. 1# 井距注入井 7m. 2# 井距 15m. 在 1# 井 25.5m 深度处测得一条较弱的弥散曲线, 2# 井未测到弥散晕, 说明主流向偏离 1# 井. 用计算机优选拟合求参数如图 9, 1# 井偏离主流向 6°. 求得  $\alpha_L = 1.05$

弥散. 示踪晕的弥散仅为注井直径的数倍, 只有在十分不均质的含水层中, 示踪晕弥散角达 30°. 这一点在文献[3]中得到了证实. 现仅测到一条弥散曲线, 只能用微机拟合法求纵横向弥散度.  $x_1 = 80cm, a_1 = 10$  故  $\alpha_L$  的初值  $\alpha_L = \frac{x_1}{a_1} = 8cm$ , 由于  $V = \frac{t_{Rmax} \cdot \alpha_L}{t_{may}}$ ,  $t_{Rmax}$  由(7)式求出为 8.2,  $t_{max} = 147h$ , 所以  $V = 0.45cm/h$ . 由于流速较慢, 假定  $\alpha_L/\alpha_T = 5$ , 1# 孔与主流向的偏角  $\theta$  在 2°—8° 范围内,  $R = 80cm$ . 把  $\alpha_L, \alpha_T, V, \theta$  及  $R$

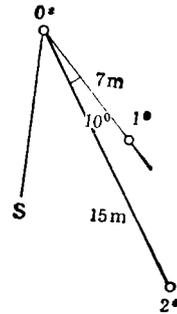


图 8 例 3 井位布置图

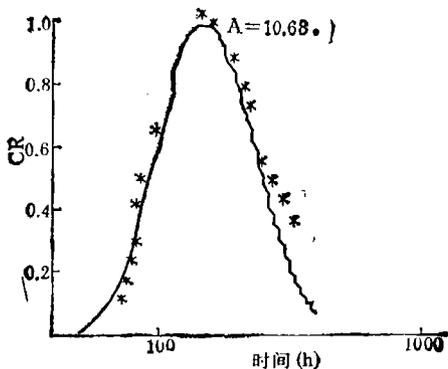


图 7 例 2 的弥散曲线拟合图

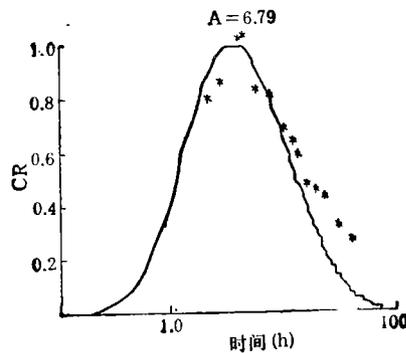


图 9 例 3 弥散曲线拟合图

$m, \alpha_T = 0.24m$ , 地下水实际流速  $V = 0.264$   
 $m/h$   $a = 6.79, R_s = 0.9839, W = 0.107,$

$\theta = 6^\circ$

综合上述三个例子的参数如下表

表 3 地下水弥散参数表

例 含水层性质	纵向弥散度 $\alpha_L$ (cm)	横向弥散度 $\alpha_T$ (cm)	地下水平均流速 $V$ (cm/h)	井 距 $R$ (cm)	$\alpha_L/\alpha_T$	与主流向 偏角 $\theta^\circ$
1.水槽模型	1.04	0.14	50.7	212	7.43	2
2.粉粘沙	7.5	2.4	0.43	80	3.13	2
3.沙砾层	105.0	24	26.4	700	4.38	6

例 1 求出的弥散度与野外求出的弥散度相差 1-2 量级。这主要是由于人工模拟的含水层均匀度好并不够致密，人工模拟的水力坡度及渗透流速太大所造成。从表 3 及文献 [3] 中看出，地下水流速愈大， $\alpha_L/\alpha_T$  的比值也大。

### 三、野外测定弥散系数时应注意的实际问题

**1. 选择合适的示踪剂** 弥散试验的成功除准确安排试验井位外，第二是选择合适的示踪剂。常用做弥散试验的示踪剂大约有三类：(1) 含氯离子的盐类：一般使用食盐 NaCl，在注入井含水层位上投入大量浓度相当高的氯化钠溶液，在观测井中取样滴定氯离子浓度。该示踪剂的缺点是氯化钠溶液浓度高后会影响到地下水密度与粘度，局部改变地下水水位与流速。地下水氯离子本底浓度约为 100—200 mg/l，滴定氯离子的方法灵敏度也不太高，不易观测到地下水氯离子浓度变化。(2) 荧光素示踪也采用取样法比色测定，但荧光素被含水层吸附比较严重。(3) 同位素示踪剂按照示踪周期的长短，选择不同半衰期的示踪剂如  $^{131}\text{I}$ 、 $^{82}\text{Br}$ 、 $^{51}\text{Cr-EDTA}$  等，其优点如前所述，其最大的优越性是在现场直接从井中测量，不需取样。这就节省了大量人力物力，保证了精确度，大大提高了实验成功的可能性。

**2. 打试验井与洗井时应注意的问题** 一般打井过程中为了防止井壁坍塌都注水及加

粘土，所以在打完井后都有一个洗井过程，希望井壁通畅把粘土洗掉。弥散试验井洗井的要求高于一般抽水井，要求处于含水层的滤水井管四壁都通畅，地下水流线在注入井与观测井之间不受阻挡连通性好，所以最好在打井过程中不加粘土。如果在打井过程中穿透两个不同水压的含水层，一定要防止二个含水层间的越流，井管中产生垂直流束。除要研究的含水层外，其余含水层的井管外在填砾料时用粘土球止水。

**3. 是否能利用常年开采的抽水井做弥散试验** 在试验区内找一眼抽水机井，提出深水泵，测定流速、流向。再在机井附近布设观测井。这是一个节省试验投资的办法，但必须注意试验含水层位要深于泵所安置的深度。因为在水泵周围的含水层中，因长期开采地下水，含水层中孔隙度发生了变化，渗透流速的数值大为增加，做出来的地下水弥散参数将不代表实际当地含水层的情形。

## 四、讨 论

1. 地下水溶质弥散的物理图象——弥散角与纵横向弥散度。

地下水溶质或污染质在含水层中随地下水流向运移弥散，了解弥散晕是一个怎样的几何图象，对弥散试验的布井很有意义。据文献 [3] 观测，弥散角与地下水流速成反比，大致在主流向  $\pm 16^\circ$  之内。如果是一个圆形的井，在井中的含水层位上以脉冲方式注入示踪剂，随地下水流向弥散的示踪晕在均匀

的含水层中,在  $xy$  二维平面上,将是一个在移动中逐渐增大的椭圆。纵向弥散度将反映这椭圆的长轴,横向弥散度反映这椭圆的短轴。椭圆中示踪剂的浓度是两头小中间大。弥散晕前沿到达观测井其速度将大于地下水流速。弥散度表征这一地下水区域内含水层的岩性。在稳定流速下,一定时间内污染物或溶质纵横向散布范围的大小。

2. 用同位素  $^{131}\text{I}$  示踪剂做弥散试验,在上文中所说的各种优点中,最有意义的是在现场直接进行测量,使探测灵活性大为增加,这是弥散试验成功的一个要素。由于野外地层与井壁透水的均匀,掌握地下水流向的偏差,深层取样测量时可能取不到示踪剂,而直接观测就可以在井中不同的深度上寻找,并可掌握注入井中示踪剂的去向与流速,有没有垂直流束出现与估计观测井中示踪剂浓度峰值出现的时间。

3. 投放  $^{131}\text{I}$  示踪剂的安全防护问题  $^{131}\text{I}$  为医用口服或注射用同位素,化学状态为  $\text{Na}^{131}\text{I}$  无色透明溶液,发射  $\beta$ 、 $\gamma$  射线,半衰

期为 8.1 天。由于每次投放剂量为几  $\text{mg}$ ,放射性强度为几到几十  $\text{mCi}$ 。投源操作时间几  $\text{min}$ ,加适当防护屏蔽后,操作人员受到的外照射剂量在日安全剂量之下。投入地下含水层后,由于地下水流速很慢,如试验井附近无抽水井,被远处抽水井抽出地面的可能性极少,80 天后放射性自动消失,稳定碘无毒性。即使在放射性未消失前,在极少可能情况下被抽上来时也被稀释至允许浓度之下。

本文中实验部分由山东省第三水文队,河北省水文队、石家庄水文地质监测站协助完成,特此致谢。

### 参 考 文 献

- [1] 王秉忱等编著,地下水污染地下水水质模拟方法,180 页,北京师范学院出版社,1985 年。
- [2] 孙纳正,水文地质工程地质,(3),60(1982)。
- [3] 郑汝宽,吴增新等,工程勘察,(5),41(1986)。
- [4] 林学钰等译,地下水运移数学模型手册,22 页,吉林科学技术出版社,1985 年。
- [5] 张人权等编译,同位素方法在水文地质中的应用,36 页,地质出版社,1983 年。

# 湍流统计量的数据处理及其特征分析

王 华 联

(冶金部建筑研究总院环境保护研究所)

本文从大气环境评价的实际工作出发,阐述了利用现场试验所获得的观测资料,其中包括等容(或平衡)气球试验取得的拉格朗日观测和超声波风速仪、双向风标在固定点上取得的欧拉观测,计算湍流强度、自相关系数(函数)、湍流积分尺度及湍谱等湍流特征量的方法,对使用的计算公式、数据处理的具体步骤作了比较详细的说明,并结合实际现场试验,对所计算的结果进行了分析。

## 一、湍流强度

湍流强度是描述湍流特征的基本参数之一,它定量地表示湍流发展的强弱和湍流运动的能量大小。湍强愈大,则大气扩散能力也愈大。

1. 计算公式<sup>[1]</sup>:

$$i_x = \left( \frac{\overline{u'^2}}{\overline{u^2}} \right)^{1/2} = \frac{\sigma_u}{\bar{u}}, \quad i_y = \left( \frac{\overline{v'^2}}{\overline{u^2}} \right)^{1/2} = \frac{\sigma_v}{\bar{u}}$$