

表 5 黄河兰州段各种累积频率的水质综合评价

级别 \ 断面	X 断面	Z 断面	B 断面	S ₂ 断面
机率				
$P=10\%$	III ₄	III ₃	IV ₂	III ₅
$P=20\%$	II ₆	III ₁	IV ₁	III ₂
$P=30\%$	II ₅	III ₁	III ₂	II ₄
$P=50\%$	II ₁	II ₃	III ₁	II ₄

的。其次,为了区别每一等级的综合评价价值是由几项参数造成的,则可以再用二级分类法表示,即在综合水质等级下用脚注法表示。如 III₃ 即表示由三项评价参数达到三级水质而造成的三级水(轻污染)。这样可以区别出同级水质中的内部差别。

再结合前述各种评价参数的各种概率下的具体数值,按上述标准。就可进一步评价出可表示污染历时的水质等级来。如下表就是用累积频率为 10%, 20%, 30% 和 50% 做

的评价计算,它反映出黄河兰州段不同出现机会的水质情况,或者说是某种水质等级的保证情况。例如当累积频率为 50%,即有一半的出现机会时,各断面的水质都好于均值所代表的情况(再参见表 4),此时除 B 断面外,都属 II 级水质。换句话说,除 B 断面外,其他各断面有 50% 的机会不受污染,而 B 断面出现污染水质(III 级)的机会在 50% 以上,是本段污染历时最长的断面。又如 B 断面和 Z 断面,用均值进行综合评价都是轻污染的三级水(III₁) 应属同类。但是用概率方法统计评价,就可以看出他们的差别了, B 断面有 50% 的机会是受污染,而 Z 断面只有 30% 的机会是污染水质。二者的水质差别明显地看出来了。致于在水质的管理和控制上,有时水质污染历时的资料比污染强度的资料更重要,所以用概率方法进行评价将会给控制水质上提供有用的参考依据。

关于印染工业废水 BOD₅ 二元线性方程计算的方法论

谢 上 达

(湖南邵阳地区环境保护办公室)

自七十年代末期以来,国外力求寻找各种类型工业废水的 BOD 与 COD 等之间的线性关系,企图从概率统计方程中快速求得 BOD₅ 值的最佳数学期望,因此,促进了预测预报 BOD₅ 的发展。对于印染厂废水中的 COD、TOD、TOC 与 BOD₅ 的相关关系^[1,2]已有报道。

本文通过实例,论证了印染工业废水 BOD₅ 与 COD_{Cr}、OD (耗氧量) 有密切的相关性,并建立了 BOD₅ 二元回归统计方程。

一、印染废水中 COD、OD 与 BOD₅ 的相关性

原始数据来自“生物曝气塔法”处理印染废水运转数据,见表 1。为了计算它们的相关程度,将表 1 的该三项原始数据经最小二乘法数学处理按求解线性统计方程系数及常数项的要求,设 BOD₅ = Y, COD = X₁, OD = X₂。(表 2)经计算后求各项总和得: N = 32。

$$\Sigma BOD_5 = \Sigma Y = 9888.$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{N} \Sigma Y = 309 \text{ (平均值).}$$

$$\Sigma COD = \Sigma X_1 = 20416$$

$$\bar{X}_1 = \frac{1}{N} \Sigma X_1 = 638$$

$$\Sigma OD = \Sigma X_2 = 8320$$

$$\bar{X}_2 = \frac{1}{N} \Sigma X_2 = 260$$

$$\Sigma(X_1 - \bar{X}_1)^2 = 18408158,$$

$$\Sigma(X_2 - \bar{X}_2)^2 = 1427477,$$

$$\Sigma(X_1 - \bar{X}_1)(X_2 - \bar{X}_2) = 4681280,$$

$$\Sigma(X_1 - \bar{X}_1)(Y - \bar{Y}) = 8870106,$$

$$\Sigma(X_2 - \bar{X}_2)(Y - \bar{Y}) = 2335261,$$

$$\Sigma(Y - \bar{Y})^2 = 4650280.$$

按统计相关公式, 求 COD 与 BOD₅ 之间相关系数:

$$r_{X_1Y} = \frac{\Sigma(X_1 - \bar{X}_1)(Y - \bar{Y})}{\sqrt{\Sigma(X_1 - \bar{X}_1)^2 \cdot \Sigma(Y - \bar{Y})^2}} \leq 1,$$

$$0.6 < r < 1$$

代入得:

$$r_{X_1Y} = \frac{8870106}{\sqrt{18408158 \times 4650280}}$$

$$= \frac{8870106}{9249240} = 0.95$$

$\therefore r_{X_1Y} < 1$, 并趋近于 1, $\therefore$ 印染废水中的 COD(X_1) 与 BOD(Y) 相关程度非常密切, (见图 1).

又证: BOD(Y) 与 OD(X_2) 的相关程度:

$$r_{X_2Y} = \frac{\Sigma(X_2 - \bar{X}_2)(Y - \bar{Y})}{\sqrt{\Sigma(X_2 - \bar{X}_2)^2 \cdot \Sigma(Y - \bar{Y})^2}}$$

$$= \frac{2335261}{\sqrt{1427477.5 \times 4650280}}$$

$$= \frac{2335261}{2576420} = 0.906$$

$\therefore r_{X_2Y} < 1$, 并趋近于 1, $\therefore$ 印染废水中 BOD₅ 与 OD 有密切的相关性, 见图 2. 表 1 中 $\frac{BOD_5}{COD}$ 在 0.38—0.58 之间, 证明印染废水

表 1 印染废水深层曝气塔处理培养菌阶段、驯化阶段、进水出水部分运行实测数据

运转阶段	测定时间	测定项目		
		BOD ₅	COD _{Cr}	OD
培 菌 阶 段	1977年4月13日	96.95	417.7	198
	14日	175.2	264.7	224.3
	15日	116.7	210.8	171
	16日	52.6	139.2	162.9
	17日	131.3	190	149.5
	19日	96.1	419.7	218.9
	20日	75	124.9	106.8
	21日	161.8	426.6	216.3
	22日	138.3	265.5	162
	24日	101.8	175.3	112
	26日	157.5	300.8	154.9
	27日	118.5	299.3	144.2
	29日	156.6	256	157.5
	5月4日	66.3	176.6	106.8
	5日	116.1	286.1	137.5
	7日	159.3	297.6	106.9
	8日	70.6	199.7	114.8
	9日	93.4	191.7	120.2
驯 化 阶 段	13日	245	394	212.7
	14日	132.4	231.7	120.2
	15日	146.8	317.2	144.2
	17日	190.2	412.2	171.6
	18日	170.9	360.5	168.2
	20日	161.6	400	189.6
	21日	720	1466	896
	22日	253.1	513	216.3
	24日	271	576	261
	25日	1349	2784	756
	26日	1312.5	3016	701.8
	27日	965.5	1896	560
	28日	1093.9	2008	634
	30日	790	1496	524

的可生化性。

二、印染废水 BOD₅ 线性方程计算

通过对表 1 的原始数据, 求证它们之间的相关性, 是建立统计方程最重要的先决条件, 经计算后可确认 BOD₅(Y) 与 COD(X_1)、OD(X_2) 的线性统计方程的模式是一个二元一次方程, 参见表 2.

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2,$$

表 2 按照表 1 中原始数据 BOD₅ COD OD 经数学处理得方程参数值

Y_{BOD_5}	X_1 COD	X_2 OD	$Y - \bar{Y}$	$X_1 - \bar{X}_1$	$X_2 - \bar{X}_2$	$(Y - \bar{Y})^2$	$(X_1 - \bar{X}_1)^2$	$(X_2 - \bar{X}_2)^2$	$(Y - \bar{Y}) \cdot (X_1 - \bar{X}_1)$	$(Y - \bar{Y}) \cdot (X_2 - \bar{X}_2)$	$(X_1 - \bar{X}_1) \cdot (X_2 - \bar{X}_2)$
96.95	417.7	198	-211.1	-220.3	-62	44563	48532	3844	46505	13088	13658.6
175.00	264.7	224.3	-133.0	-374.0	-35.7	17689	139876	1274	49742	4748	13352
116.70	210.8	171.0	-191.3	-427.2	-89	36595	182499.8	792	81723	17025.7	38003
52.6	139.2	163.0	-255.4	-498.8	-97	65229	248801	9409	127393	21863.8	48384
131.30	190.0	149.5	-177.0	-448	-110.5	31329	200704	12210	79296	19558.5	49504
96.10	419.7	218.9	-211.9	-219	-41.1	44944	47961	1689	46428	8713	9001
75.00	124.7	106.8	-233	-513.3	-153.2	54289	263477	23470	119599	35695.6	78638
161.80	426.6	216.3	-146.2	-211.4	-44	21374	44689.9	1936	30907	6424	9302
138.30	265.5	162.0	-169.7	-372.5	-98	28798	138756	9604	28798	16631	36505
101.80	175.3	112.0	-206.2	-462.7	-148	42518	214091	21904	95316	30488	68479.6
157.50	300.8	155.0	-150.5	-338	-105	22650	114244	11025	50869	15750	35490
118.50	299.3	144.0	-189.5	-338.7	-116	35910	114718	13456	64184	21982	39289
156.60	256.0	157.5	-151.4	-382	-103	22922	145924	10609	57834	15443	39346
66.30	176.6	106.8	-241.7	-461.4	-153	58419	212890	23409	111520	36980	70594
116.10	286.1	137.5	-191.9	-351.9	-123	36864	123834	15129	67565	23616	43284
159.30	297.6	106.9	-148.7	-341	-153	22112	116281	23409	50707	22751	52173
70.60	199.7	114.8	-237.4	-438.3	-145.2	56359	192107	21083	104052	34423	63641
93.40	101.7	120.0	-214.6	-536.3	-140	46053	287618	19600	115099	30044	75082
245.0	394.0	212.7	-63.0	-244	-47.3	3969	59536	2237	15372	2979.9	11541
132.4	231.7	120.2	-175.6	-406.3	-139.8	25985	165080	19600	71346	24549	56801
146.8	317.2	144.2	-161.2	-32.1	-115.8	13877	50985	7814.5	5174	18643.8	3706
190.2	412.2	171.6	-117.8	-225.8	-88.4	18796	77006	8427	25599	26599	19961
170.9	360.5	168.2	-137.1	-277.5	-91.8	21433	56644	4956	38045	12576.6	25474
161.6	400.0	189.6	-146.4	-238	-70.4	21433	56644	4956	34843	10306.6	16755
720.0	1466.0	896	412	828	636	169744	685584	404496	341136	262032	526608
253.1	513.0	216.3	-549	-125	-43.7	301401	15625	1909	68625	23991	5462.5
271.0	576.0	261.0	-37.0	-62	1	1369	3844	1	2294	-37	-62
1349.0	2784	756.0	1041	2146	496	1083681	4605316	246016	2233986	516336	1064416
1312.5	3016	701.8	1004	2378	441.8	1008016	5654884	195187	2387512	443567	1050600
965.5	1896	560	657.6	1258	309	432437	1582564	90000	927261	197280	377400
1094.0	2008	634	786	1370	374	617796	1876900	139876	1076820	293964	512380
790.0	1496	524	482	858	264	232324	736164	69696	413556	127248	226512
$\Sigma 9888$	$\Sigma 20416$	$\Sigma 8320$	$\Sigma -455.6$	$\Sigma -292.5$		$\Sigma 4650280$	$\Sigma 18408158$	$\Sigma 1427477.5$	$\Sigma 8870106$	$\Sigma 2335261$	$\Sigma 4681280$

最后一横列: Σ 为该行总计值。

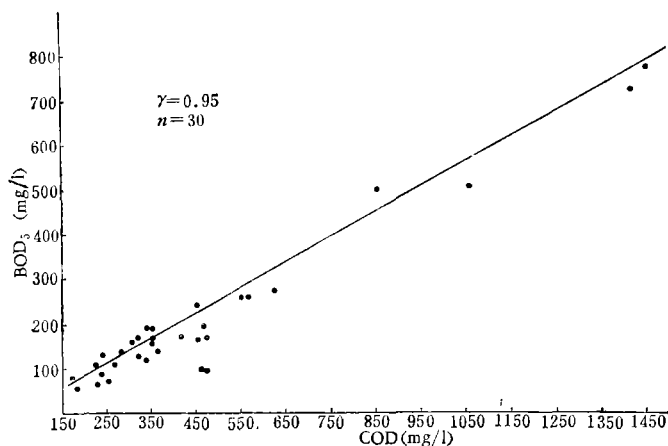


图 1 印染废水 COD 与 BOD 的相关图

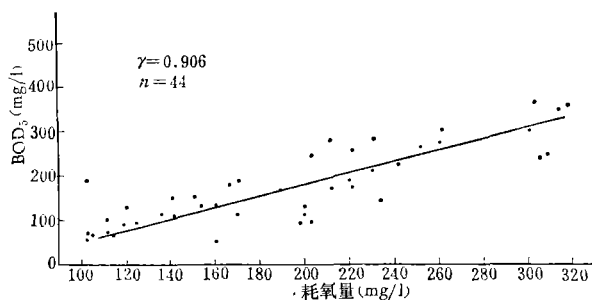


图 2 印染废水 OD 与 BOD 的相关图

$$\text{或 } BOD_5 = b_0 + b_1 COD + b_2 OD \quad (1)$$

式中 b_0 为常数项, b_1, b_2 分别为 BOD_5 对 COD、OD 的回归系数, b_0, b_1, b_2 仍用最小二乘法确定, 即选取这样的 b_0, b_1, b_2 使残差平方和

$$\Sigma(Y - \bar{Y})^2 = \Sigma[Y - (b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2)]^2 \text{ 为最小.}$$

用求偏导数的方法得出 b_1, b_2 必须满足下面正规方程:

$$\begin{cases} \Sigma(X_1 - \bar{X}_1)^2 b_1 + \Sigma(X_1 - \bar{X}_1)(X_2 - \bar{X}_2) b_2 \\ \quad = \Sigma(X_1 - \bar{X}_1)(Y - \bar{Y}), \\ \Sigma(X_1 - \bar{X}_1)(X_2 - \bar{X}_2) b_1 + \Sigma(X_2 - \bar{X}_2)^2 b_2 \\ \quad = \Sigma(X_2 - \bar{X}_2)(Y - \bar{Y}) \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{常数项 } b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{X}_1 - b_2 \bar{X}_2.$$

按计算值总和代入 (2) 式, 得正规方程:

$$\begin{cases} 18408158 b_1 + 4681280 b_2 = 8870106 \\ 4681280 b_1 + 1427477.5 b_2 = 2335261 \end{cases}$$

按二阶行列式解:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 18408158 & 4681280 \\ 4681280 & 1427477.5 \end{vmatrix} \\ \doteq 4359309 \times 10^6$$

$$\Delta b_1 = \begin{vmatrix} 8870106 & 4681280 \\ 2335261 & 1427477.5 \end{vmatrix} \\ \doteq 1727355 \times 10^6$$

$$\Delta b_2 = \begin{vmatrix} 18408158 & 8870106 \\ 4681280 & 2335261 \end{vmatrix} \\ \doteq 146688 \times 10^7.$$

因为 $\Delta \neq 0$, 则:

$$b_1 = \frac{\Delta b_1}{\Delta} = \frac{1727355 \times 10^6}{4359309 \times 10^6} \doteq 0.396.$$

$$b_2 = \frac{\Delta b_2}{\Delta} = \frac{146688 \times 10^7}{4359309 \times 10^6} \doteq 0.3365.$$

b_0 常数项经修正后为 -20.

代入模拟方程公式 (1), 得 BOD_5 统计方程, 则

$$BOD_5 = -20 + 0.396 COD + 0.3365 OD.$$

三、对 BOD_5 方程的检验

求得的 BOD_5 二元线性方程在一定程度上揭示了与两个相关变量 COD、OD 之间的内在规律为复相关。经方差分析得方程的复相关系数 (R) 为 0.96, 故印染废水中 BOD_5

COD, OD 三者间相关程度高。R 值也可视为实际观测值 BOD_5 与方程计算值之间的简单相关系数。从统计方差分析检验, BOD_5 方程效果好。

将表 1 的 COD、OD 代入方程式后, 所得计算值, 与表 1 BOD_5 实测值比较, 见表 3。

表 3 BOD_5 实测值与方程计算值相对偏差表

BOD 实测值	方 程 计算值	计算值对实测 值的绝对偏差	计算值对实测值 的相对偏差(%)
175	160	-15	9
116.7	115	-1.7	1.5
75	66	-9	13
138	139	-1	0.7
102	87	-15	17
116	139	+23	16
245	207	-38	18
132	112	-20	17.8
146.8	154	+7.2	4.6
190	200	+10	5
171	179	+8	4.4
253	256	+3	1.2
271	296	+25	8
1349	1336	-13	0.9
1312.5	1350	+37.5	2.7
965.6	918	-47.6	5
1094	988	-106	10
790	749	-41	5.5

从表 1 中随机抽出 18 列数据, 得计算值对实测值的平均偏差为 22ppm, 计算值对实测值的平均相对偏差为 8%。

为检验 BOD_5 试验的准确性, 美国 EPA 采用对同一总体的一个样品在 58 个实验室

里由 86 位分析工作者进行分析, 在平均值为 175mg/l BOD_5 时, 标准偏差是 26。按前述美国费城废水处理厂方程计算, 误差在 20% 以内者占 85%。参考上述资料, 本文的 BOD_5 计算方程在准确度上可以置信。

四、结 语

(一) 从大量印染废水的实测数据, 求得 BOD_5 线性回归统计方程, 其主要作用是从概率论的观点, 快速估测废水中 BOD_5 值。可以从易测的 COD、OD 值, 在 4 个小时内预测出五天时间末的生物化学需氧量, 其计算值靠近原实测数据, 因为方程是经最小二乘方的数学处理, 已对原实测数据的系统误差和偶然误差进行了修正与均衡, 所以方程计算值更优于真实值, 提高了准确度。

(二) 由于统计方程具有显著的狭隘性和相对性, 方程只能在取得原实测数据的运转条件下应用, 不同地方及不同废水处理设施, 需要对常数项及系数进行计算。建立印染废水生化处理设施排水系统的 BOD_5 方程, 预测预报 BOD_5 排放值, 对控制设施的运行管理, 提高处理效果有一定的参考价值。

参 考 文 献

- [1] Journal of WPCF (1972) No. 9.
- [2] 大森正男, 染料 & 药品 [日], 24, 12, 9 (1979).
- [3] 大森正男, 水处理技术 [日] 21, 5, 16-17 (1980).
- [4] 中国科学院数学研究所数理统计组编, 回归分析方法, 科学出版社, 1974 年。

(上接第 73 页)

代它已扩大到地质学、气象学、环境科学等有关的学科中来, 并成为这些学科的重要组成部分。对于环境制图, 世界各国都很重视, 许多现代新技术和新方法 (如电子计算机模拟制图等) 已日益增多地进入了环境制图领域, 出现了一批重要成果。据了解, 《捷克斯洛伐克环境图集》、《英国景观全图》、《英国疾病死亡率图集》、《德国流行病地图集》、《中华人民

共和国恶性肿瘤地图集》等大型环境图集已先后出版。

我国各地的环境制图工作, 近年来进展较快。但由于环境制图的范围非常广阔, 内容十分丰富, 因而目前尚难制订一个统一的规范, 致使各种环境地图五花八门。我们根据几年来在南京等地的工作实践, 对常用的几种环境制图方法及其应用问题, 作了如上初步小结, 不妥和错误之处请予指正。