

环境质量指数的数学计算问题

姚 志 麒

(上海第一医学院环境卫生学教研组)

目前,各种环境质量指数在国内外的应用,日益广泛.这些指数主要用于评价环境质量现状,也可用于根据污染模式算得的预期污染浓度,作为审查不同规划方案即环境影响评价的工具之一^[1].通过实践,对环境质量指数的概念和优缺点虽逐渐有所认识,应该指出,迄今为止这方面的研究尚处在探索发展阶段;各家对指数设计包括参数选择、权重确定、评价标准和计算式等问题,都各抱不同见解和处理方法.本文着重讨论环境质量指数的数学计算问题,包括监测数据的统计处理、各种计算式的特点、并对美国内梅罗和笔者提出的两个计算式^[2,3]进行分析比较.

一、监测数据的统计处理

作为定量地表征环境质量的一种数量指标,环境质量指数通常是以原始监测数据的统计代表值为输入数据,以选定的评价标准为评价依据,通过拟定的计算式经综合换算而得的无量纲数字.监测数据及其统计值、评价标准和计算式这三者都能影响环境质量指数的计算结果,从而反映环境质量评价的客观性和真实性.

环境监测数据要有代表性.在设计监测网和制定监测计划时,就应结合评价目的和精度,以及可能的人力物力条件对此问题加以研究,本文不拟详述.浩瀚的监测数据固然蕴藏着环境质量的时空分布及其变化规律,但首先必须对大量数据进行统计处理,找

出其代表值,才能代入环境质量指数的计算式.

当监测数据接近正态分布时,可取其算术均数作为代表值.当监测数据呈对数正态分布时,可用其几何均数;呈其它偏态分布时,宜用其中位值.监测数据呈什么统计分布,需要具备较多的监测数据才能检验.目前我国采用连续自动监测还较少,一般可采用监测数据的平均值或中位值;但监测数据过少时,其代表性也就较差.有人主张用类似内梅罗水质指数的表达式来求监测数据的统计值,以兼顾算术均数和最高监测值的影响.不过,正如下文分析,内梅罗计算式过于强调最高值的作用.最近我国某海域环境质量评价中,拟采用笔者为大气质量综合评价所建议的计算式^[3]来求监测数据的代表值:

$$C = \sqrt{\bar{C} \cdot C_{\max}} \quad (1)$$

式中: C 为某监测点的监测浓度代表值; $\bar{C}$ 为监测数据的算术均数; $C_{\max}$ 为最高监测值.应用此式,在一定程度上可避免内梅罗计算式的缺陷.

加拿大股哈勃对二氧化硫等气态污染物采用下式计算代表性的全年平均浓度 $C^{(4)}$:

$$C = \frac{1}{2} \left[C_a + \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N C_i^2}{N}} \right] \quad (2)$$

式中: C_a 为监测数据年平均值; C_i 为该污染物全年中的各个监测数据(如 SO_2 用日平均浓度, NO_x 等用小时平均浓度),包括一年中出现的较高浓度数值.此式兼顾了年平均值

和全年中出现的高值影响,在分辨两组监测数据的差异方面较单纯考虑年平均值有可取之处。

如何选用监测数据的统计值,仍是值得继续研究的一个问题。

二、环境质量指数各种基本计算式的评述

现有各种环境质量指数的设计思路大致有如下几种:

1. 比值法 一个环境质量指数包含几个参数时,将每个参数的监测值(统计代表值, C_i ,下同),除以该参数的评价标准(S_i),算得的比值称为该参数的分指数 ($I_i = \frac{C_i}{S_i}$),这是许多种指数的基本构成单元。国内外采用这种构思的指数较多。各个参数的分指数可综合成一个要素的质量指数;几个要素的指数又可再综合成总环境质量指数。数学综合的各种方法将见下述。

2. 评分法 这是对环境某要素的某一污染物参数,进行质量评分的方法。此法用在水质指数较多,通常邀请一组专业人员对水质进行评分,将评分结果绘成图表,供计算水质指数参考之用。也有将水质分成若干等级,每级给以一定数值,再综合各参数的水质计算总的水质指数。

3. 统计法 应用统计原理计算的环境质量指数,例如皮克耳和秀尔茨等提出的几种大气质量指数^[5,6],哈金斯和焦恩的水质指数^[7,8],使用不如前两种简便。国内裘小松同志开始提出用数学期望和方差来表征环境质量^[9],在把统计数学引入环境质量评价研究方面有了新的发展。

在将几个分指数综合成一个要素的综合质量指数或几个要素的总环境质量指数时,常用的计算式有下列几种:

(1) 简单迭加 此法是将几个分指数简单迭加,即:

$$I_1 = \sum_{i=1}^n I_i = \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{S_i} \quad (3)$$

此式计算最简便,易于理解。缺陷是计算结果易受参数多少的影响。

(2) 算术均数 此法是求几个分指数的算术均数:

$$I_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{S_i} \quad (4)$$

此式计算较方便,不受参数多少的影响。但由于未考虑个别参数出现高浓度的情况,因此当只有一个参数分指数很高而其余各分指数不高时,有可能使综合结果偏低而掩盖高浓度那个参数的影响。

(3) 加权平均 此法采用下列计算式:

$$I_3 = \frac{\sum w_i I_i}{\sum w_i} \quad (5)$$

此式构思合理,计算也简便。问题在于权重(w_i)确定不易做到客观和准确。设 w_i 用小数值表示,式(5)可写作:

$$I_3 = \sum w_i \frac{C_i}{S_i} = \sum \frac{C_i}{S'_i} \quad (\sum w_i = 1)$$

式中: $S'_i = \frac{S_i}{w_i}$

可见,通过加权实际上等于对评价标准作了修正(由 S_i 改为 S'_i)。假设原来各污染物的质量标准 S_i 是订得比较合理的,则加权不当反可导致各污染物的 S'_i 相对数值关系变得不够合理。因此,一般认为当加权不易确定时,不如暂时考虑采用均权,则式(5)计算结果与式(4)相同,即 $I_3 = I_2$ 。

用式(5)综合几个环境要素计算总环境质量指数时,同样存在合理加权问题。

(4) 平方和的平方根 这种综合指数用下式计算:

$$I_4 = \sqrt{\sum I_i^2} \quad (6)$$

当 $I_i > 1$ 而 I_i 愈大时,其 I_i^2 愈大;当 $I_i < 1$ 而 I_i 愈小时,其 I_i^2 愈小。故上式优点不仅突出最高一个分指数,而且也考虑其余各个大于1的分指数的影响。此外,此式计算结果

必小于各分指数的迭加总和 ($I_4 < I_1$), 这样可使综合指数计算值不致过于庞大。

(5) 均方根 这种综合指数的计算式为:

$$I_5 = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_i^2} \quad (7)$$

此法优点与平方和的平方根基本相同, 且其数值更小于各分指数迭加总和, 起进一步压缩综合指数计算值的作用。

与式 (7) 相似的还有对分指数进行加权的计算式:

$$I_6 = \sqrt{\frac{\sum w_i I_i^2}{\sum w_i}} \quad (8)$$

殷哈勃使用上式较多, 但加权往往凭他主观判断, 缺乏客观性。

内梅罗水质指数也属这一类型, 它是最高分指数和平均分指数的下列函数^[2]:

$$I_7 = \sqrt{\frac{(I_i)_{\text{最高}}^2 + (I_i)_{\text{平均}}^2}{2}} \quad (9)$$

此式除平均分指数外, 考虑了最高分指数, 是其可取之处。但如下分析, 此式过于强调最高分指数的影响。

(6) 几何均数 这种指数例如笔者建议的大气质量综合指数, 计算式为^[3]:

$$I_8 = \sqrt{(I_i)_{\text{最高}} \cdot (I_i)_{\text{平均}}} \quad (10)$$

上式计算简便, 具有一定物理意义。此式推导中曾引进根据最高分指数与平均分指数比值确定的权重系数, 故对内梅罗计算式过分强调最高分指数的缺陷作了一定校正。

(7) 幂函数 例如美国橡树岭和加拿大安大略的大气质量指数等, 均属此类。推导此种计算式时, 作者建立某种边界条件, 即当选用的几个参数各达何种浓度时, 令计算的指数值为某给定数值, 这样可求得幂函数方程中的几个常数。

从上述环境质量指数的设计构思和计算式两个角度, 可见由于设计者的出发点和主观意图不同, 使各家指数计算式产生较大的出入。

三、两个指数计算式的比较

下面对内梅罗和笔者建议的两个指数计算式试加比较分析。对内梅罗的水质指数计算式, 国内已有专门评述^[10]。笔者的计算式原建议用于大气质量综合评价。两式用途虽异, 仍可从数学角度加以比较。两式推导不赘。为了便于叙述, 用 x 代表几个参数中的最高 $\frac{C_i}{S_i}$ 值, y 代表平均 $\left(\frac{C_i}{S_i}\right)$ 值。令 I_N 和 I_Y 分别代表内梅罗和笔者的指数, 则:

$$I_N = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{2}} \quad (11)$$

$$I_Y = \sqrt{xy} \quad (12)$$

按照内梅罗的图示法, 用 X 轴和 Y 轴的直角坐标代表 x 和 y 值, 则由已知 (x, y) 值可确定 P 点位置 (图 1)。在一般情况下, $y < x$ 。只有当 $x = y$ (即各个 $\frac{C_i}{S_i}$ 值皆相等) 时, $\theta = 45^\circ$: 故 P 点必在倾斜角 $\theta = 45^\circ$ 的直线 OA 下方。除最大值 x 外, 设其余 $(n-1)$ 个参数的 $\frac{C_i}{S_i}$ 值皆等于 0, 则在此特殊情况下:

$$y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{S_i} = \frac{x + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{C_i}{S_i}}{n} = \frac{x}{n}$$

$$\text{tg } \theta_{\min} = \frac{y}{x} = \frac{1}{n}$$

$$\theta_{\min} = \text{tg}^{-1} \frac{1}{n} \quad (13)$$

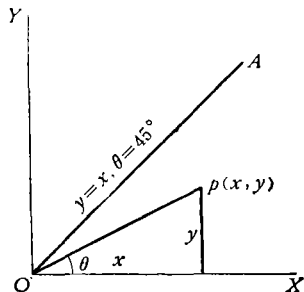


图 1 P 点位置

可见,一般情况下当 $y \geq \frac{x}{n}$, 即 $\frac{y}{x} \geq \frac{1}{n}$ 时, P 点位置必在 $\overline{OA}$ 与 $\overline{OB}$ 之间, $\overline{OB}$ 的倾斜角 $\theta_{\min}$ 决定于式(13)(图2). 当 $n \rightarrow \infty$, 则 $\theta_{\min} \rightarrow 0^\circ$.

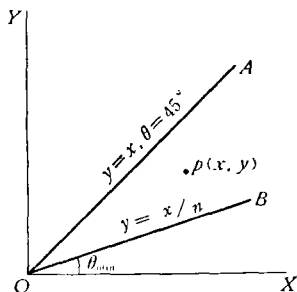


图2 $\theta_{\min}$ 的定义

将式(11)、(12)写成最高 $\frac{C_i}{S_i}$ 值的函数, 得:

$$I_N = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{2}} = \frac{x}{\sqrt{2 \cos \theta}} = k_N x \quad (14)$$

$$k_N = \frac{1}{\sqrt{2 \cos \theta}} \quad (15)$$

$$I_Y = \sqrt{xy} = x \sqrt{\tan \theta} = k_Y x \quad (16)$$

$$k_Y = \sqrt{\tan \theta} \quad (17)$$

以式(13)代入式(15)、(17), 计算的 $k_{N\min}$ 和 $k_{Y\min}$ 如表1.

表1 不同 n 值下的 $k_{N\min}$ 和 $k_{Y\min}$ 系数

n	$1/n$	$\theta_{\min}^\circ$	$k_{N\min}$	$k_{Y\min}$
1	1.000	45.00	1.000	1.000
2	0.500	26.57	0.791	0.707
3	0.333	18.42	0.745	0.577
4	0.250	14.04	0.729	0.500
5	0.200	11.31	0.721	0.447
10	0.100	5.71	0.711	0.316
15	0.067	3.81	0.709	0.258
20	0.050	2.86	0.708	0.224

计算结果绘于图3. 图中下部曲线表示 $\theta_{\min}$ 与 n 的关系; 上部两根曲线表示 $k_{N\min}$ 和 $k_{Y\min}$ 与 $\theta_{\min}$ 的关系.

当 $n \rightarrow \infty$, $\theta_{\min} \rightarrow 0^\circ$ 时,

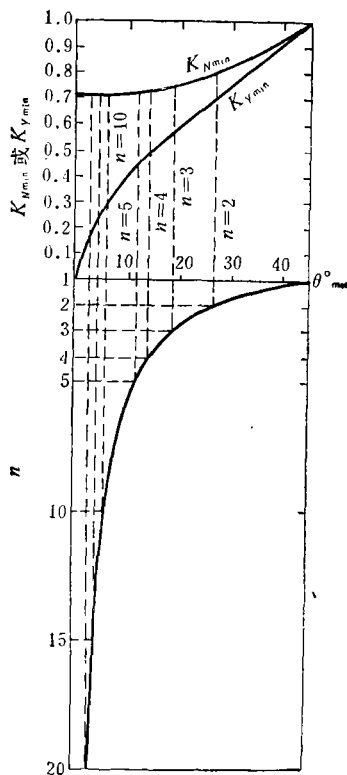


图3 $k_{N\min}$ 与 $k_{Y\min}$ 的比较

$$\lim_{n \rightarrow \infty} k_{N\min} = \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{2 \cos \theta}} = 0.707$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} k_{Y\min} = \lim_{\theta \rightarrow 0} \sqrt{\tan \theta} = 0$$

$$\therefore k_N = 0.707 \sim 1.000$$

$$k_Y = 0 \sim 1.000$$

由此可见,内梅罗计算式 $k_{N\min}$ 的变幅较小,尤其当 $n \geq 5$ 时, $k_{N\min}$ 逐渐趋近于 0.707, 说明内梅罗指数过于强调最高 $\frac{C_i}{S_i}$ 值的影响.

笔者的计算式考虑了最高 $\frac{C_i}{S_i}$ 值但没有过于强调后者的影响,故 $k_{Y\min}$ 的变幅较大,尤其当选参数 $n \geq 3$ 时,用笔者计算式表示不同环境质量的灵敏度也就高些.

根据内梅罗公式,等 I_N 值各点 P 的轨迹为一族同心圆,而按笔者公式则等 I_Y 值各点的轨迹为一族双曲线(图4). 对于同一 I 值,圆和双曲线的切点位于 $\overline{OA}(\theta = 45^\circ)$ 直线内. 图中 P_1 和 P_2 两点如用内梅罗指数计算,

可得两个不同数值 ($I_{N_2} > I_{N_1}$), 但按笔者式 (12) 计算, 则 $I_{y_1} = I_{y_2}$.

国内最近有人还提出下列计算式 (x 和 y 的意义同上), 又属另一种数学处理:

$$I = \frac{x + y}{2} \quad (18)$$

从直线方程可知式 (18) 介于内梅罗与笔者的两式之间, 其等 I 值的 P 点轨迹将为斜率等于 -1 的一族直线, 与式 (11) 或式 (12) 同一 I 值的圆或双曲线相切于 OA 直线内.

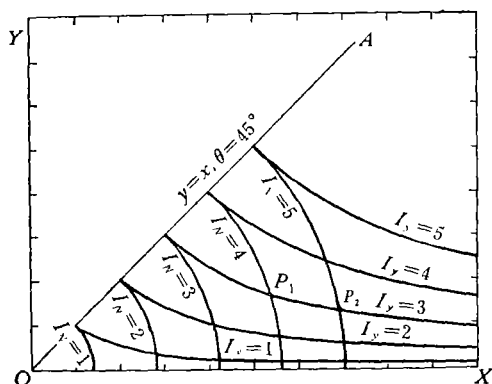


图 4 两种指数计算式的等 I 值曲线族

四、结 束 语

采用环境质量指数, 必须收集具有代表性而准确的监测数据, 加以统计处理, 然后才

能代入指数计算式运算. 这个问题涉及监测网布点和采样计划的制订. 监测固然应向连续自动化发展, 但在没有做到连续自动前, 尤应结合环境质量评价的目的和要求, 尽可能使取得的监测数据具有较大的代表性. 这个问题值得进一步重视和研究.

各家在设计环境质量指数计算式时, 各有不同的出发点, 因而使各个计算式带有一定的人为主观性. 只有通过环境质量评价的大量实践, 才能检验各种计算式的合理程度.

参 考 文 献

- [1] Veigle, W. J. and Clayson, R. L., *Jour. Air Pollu. Control Assoc.* 28, 928(1978).
- [2] Nemerow, N. L., *Scientific Stream Pollution Analysis*, 210—231, Scripta Book Co., 1974.
- [3] 姚志麒, *环境科学* 2, 37(1979).
- [4] Inhaber, H., *Atm. Environ.* 9, 353(1975).
- [5] Pikul, R., *Development of Environmental Indices*, in *Statistical and Mathematical Aspects of Pollution Problems* (Pratt, J. W. Ed.), 103—121, Marcel Dekker, Inc., 1974.
- [6] Shults, W. D. et al., *Summary Report, The Development of Air Quality Indices*, ORNL-NSF-EP-56, 1973.
- [7] Harkins, R. D., *Jour. Water Pollu. Control Fed.*, 46, 588(1974).
- [8] Joung, H. M. et al., *Jour. Environ. Qual.* 8, 95(1979).
- [9] 袁小松, *环境污染与防治*, 1, (1980).
- [10] 关伯仁, *环境科学* 4, 67(1979).

箱式萃取器脱酚的改进设想和初步探讨

苏 尔 德

(上海化工设计院)

溶剂萃取脱酚是高浓度含酚废水回收处理中较常用的方法之一. 萃取效果除取决于萃取剂性质外, 还与萃取设备的结构有关. 人们在长期的萃取操作实践中懂得, 直接利用精馏塔和吸收器来完成萃取操作, 其收效是

低的. 只有当依靠外部动能消耗使物质的扩散转移过程得到强化时, 象筛板塔、填料塔之类的设备才有可能在萃取过程中继续应用. 目前国内常用脉冲筛板塔、转盘塔、喷射塔等塔设备对含酚废水及其他混合液进行萃取分