

数学期望和方差在环境质量评价中的应用

熊广政 袁小松

(中国科学院南京地理研究所) (山东大学)

著名数学家林家翘教授曾指出^[1]:“特别值得注意的是:发现一些新的想法,使数学能应用于那些迄今尚未受到系统数学处理的科学门类,并在这些门类中发展数学理论”。

环境科学正是这样的一个门类。本文在现有环境质量评价的一种数学模式基础上作了分析,并提出一种新的数学模式。它概括了现有的数学模式,而且能较完善地反映环境质量的实际状况。

引言

环境质量评价是环境科学研究中主要理论问题,也是区域环境研究的主要内容之一。环境质量的好坏,直接影响到人类的生产、生活和健康,所以,研究环境质量问题已为世界各国所重视。

六十年代以来,国外开始研究和应用“环境质量指数”,定量地表示环境质量状况,七十年代以来,进展很快。近年来,我国环境工作者也在积极开展这方面的研究工作。

分析国内外现有的评价中的数学模式,我们认为:它们各有特点,互有长短,不少方面有待改进。例如格林 (Green)^[2] 较早地提出了大气污染综合指数:

$$I = 0.5(I_1 + I_2) \quad (1)$$

式中 I_1 为二氧化硫的污染指数, I_2 为烟雾 (COH) 的污染指数。(1)式实际上是对两个污染因子均权的算术平均值。后来发展起来的白勃考 (Babcock)^[3] 和橡树岭^[4] 大气污染指数并没有多大变化,只是增加了几种大气

污染物质:前者为七种,后者取五种。它们都是以均权的算术平均值为大气污染综合指数。至于橡树岭大气质量指数 (ORAQI) 中的系数 a 和指数系数 b 是为了标准化而需要的数学处理。当取定 ORAQI 的两个参考尺度为 10 和 100 时,可以求得 $a = 5.7$ 和 $b = 1.37$ 。由此可见,复杂的指数关系式并不是数学模式本身所固有的。当然,除了取算术平均值作评价综合指数外,也有采用几何平均值作评价综合指数的方法^[5]。

我们认为,无论是用算术平均值或几何平均值作模式,用均等权系数的方法显然是不合理的。因为所选择的某几种污染物质或环境污染要素对环境、对人体健康和生物的影响并不是相同的,于是就提出了加权的平均为数学模式。

从加权模式到统计模式

作者参考国内外经验^[6],阐述了环境质量评价中的加权数学模式。

设有 K 种污染物,用 C_{ij} 表示第 j 种污染物的评价标准 ($j = 1, 2, 3 \cdots K$),用 C_j 表示它的实测浓度,则污染物 j 的污染指数或分指数 P_j 是

$$P_j = C_j / C_{ij} \quad (2)$$

定义:环境要素 i 的质量指数或环境评价单元 i 的综合评价值 Q_i 为诸污染指数的加权求和,即:

$$Q_i = \sum_{j=1}^K W_j P_j, \text{ 且 } \sum_{j=1}^K W_j = 1 \quad (3)$$

采用这种数学模式综合评价了南京市城

区的环境质量^[7],其中使用了二次加权求和.第一次在大气中取三个污染参数,使用三分之一的均权处理,得出大气质量指数;在地表水与地下水中取五项参数,每项的权系数为五分之一,由此得出地表水和地下水的指数.第二次以大气的权系数为0.6,噪声为0.2,地表水与地下水各为0.1,据(3)式得出城市环境质量总评价的综合指数.在第二次加权平均中的权系数是采用调查统计与主观分析判断相结合的方法确定的,这里的权系数并不相同.权系数的大小取决于污染物*j*对生物和人体健康的影响.我们上述的调查与分析判断的方法是在缺乏污染物毒理实验数据和卫生学数据情况下的权宜之计.日本大阪府曾用类似的方法作了综合评价^[6],较能反映客观状况.我们曾用这种方法对南京城区作环境质量的综合评价^[7].大气有特别重的权系数(0.6),说明在大城市中一般情况下,人类的健康特别倚重于大气的洁净;次为噪声.当然,在不同地理区域,各种污染物的权系数尚可另作修正,但是,由大阪府和南京市城区的综合评价环境质量的根本成功来看,非均权的加权求和方法[即(3)式]是可取的.

更进一步,权系数 W_j 应当与 P_j 有关.例如:噪音与大气污染对人的健康的影响并不存在如上所述的固定不变的比例关系.当噪音超过60分贝时,将严重损害大脑神经细胞,从而危害人的健康.因此,它的影响是绝对的与决定性的,在这种情况下不能用0.2的权系数来解决,即权系数应当有变化、有增加.对大气污染等亦有类似的考虑.因此,抽象地看,应当认为权系数与污染指数的大小具有函数关系:

$$W_j = W_j(P_j) \quad (4)$$

然而,在城市中影响污染物*j*的污染指数 P_j 的因素是多种多样的,这时把 P_j 看成是随机变量就十分恰当.如果我们把 $W_j(P_j)$ 看成是随机变量取 P_j 值的概率,那么结合

(3)式与(4)式来看, Q_i 实际上就是 P_j 的统计平均值或数学期望值,即:

$$Q_i = E(P_j) \triangleq \sum_{j=1}^K W_j P_j, \text{ 且 } \sum_{j=1}^K W_j = 1 \quad (5)$$

通过上述的分析与类比,使我们在概念上获得了一个飞跃:加权平均可推广到统计平均.

由此,我们首次把环境质量评价的综合指数问题提到统计数学的角度来研究.

众所周知,在统计数学中,最重要的数字特征是数学期望(一阶统计)与方差(二阶统计).而且,对于正态分布,数学期望与方差是确定所有统计性质的充分必要条件,对于其它任何分布,这两个数字特征也能较完善地描述统计规律.于是,仅用(3)式,即(5)式来表示环境质量就不够了,我们认为需要再定义一个方差量来描述环境质量.定义:方差为

$$\sigma_i^2 = E(P_j - Q_i)^2 = E(P_j^2) - [E(P_j)]^2 \quad (6a)$$

$$= \sum_{j=1}^K W_j P_j^2 - Q_i^2 \quad (6b)$$

(5)式与(6)式一起确定了我们提出的统计模式.

讨 论

使用单个平均值不能充分反映某些污染物对环境的突出影响问题,早有许多研究工作者提出来了.美国密特公司的MAQI指数^[4]中考虑到这个问题,但解决办法是采用一系列相当复杂的公式,而实质仍然是企图用一个指数作表征而使用变形的根均方值的方法.内梅罗(N. L. Nemerow)^[9]也采用分指数的平均值与最大值之间作变形的根均方值的方法来部分地“匀滑”突出影响的问题,但是实际上仍未解决客观地反映环境质量现状问题.唐永鑫指出^[10]:“指数值是各种污染因子综合结果,有时不能代表环境实际状况,引起错觉,如某种污染物的浓度很

高,远超过标准,其它污染浓度很低,算出综合指数不高;所有污染因子浓度均较高,但未超过容许浓度,而算出的综合指数值反较高”。这个问题如果采用上述的统计模式来计算是容易解决的。前者 Q_i 很低,但 σ_i^2 (或 σ_i) 很大;后者 Q_i 较高,但 σ_i^2 几乎为零。我们规定只有 Q_i 与 σ_i^2 同时很小时才可以表明环境质量是优良的, Q_i 与 σ_i^2 中任何一个指数的增大都会使环境质量变坏。如果在实际评价工作中确定一些最大容许值或极限值,那么采用统计模式后就能用两个指标较完备地描述环境质量的现状。

具体地可由 (3) 式看出,当所有的 P_i 都小于 1 时,因 $W_i \leq 1$, 则必有 $Q_i < 1$, 但不一定每个 P_i 都符合标准,其中存在某个污染物浓度很高,即 $P_i > 1$ 的可能性。我们认为,这时就须借助于方差这个指标了。当 σ_i 也很小 ($\ll 1$) 时,说明 $P_i > 1$ 的可能性是不存在的。

方差是作为 P_i 取值分布扩散程度的数学度量。但是,方差的最大容许值应当是多少呢? 这个问题需从理论分析和从实践中总结经验两方面来解决。从理论上说,粗略地观察正态分布的曲线可知,在 $\sigma = 0.25$ 时已有十分明显的扩散了。因此,要求 $\sigma_i < 0.25$, 即 $\sigma_i^2 < 0.0625 \approx \frac{6}{100}$ 是恰当的。较为严格

的理论估计可根据后面附录中的公式求出,其结果是方差的最大容许值 $\sigma_{i\max}^2$ 应取 5% 左右。至于从经验中总结的问题,有待于大家广泛地应用数学期望和方差方法后决定。但是我们仍可以举下表所述的一些例子来说明。

上述设想的 (A)、(B)、(C)、(D) 四种环境状况中, (A) 是均偏高的情况, (C) 为大气和水质均好, 但噪声严重得使人无法忍耐, 所以, 虽然 Q_i 仅有 0.72, 但 σ_i^2 达 0.15, 应属于严重恶化的环境。这样加上方差指标即可解决前面唐永奎提出的问题了。 (B) 是

环境质量综合指数表

状况	大 气 ($W_1=0.6$)	水 质 ($W_2 + W_3 = 0.2$)	噪 声 ($W_4 = 0.2$)	Q_i 据(3)式	σ_i^2 据(6)式
(A)	0.8	0.8	0.8	0.8	0
(B)	0.8	0.8	1.5	0.94	0.04
(C)	0.5	0.6	1.5	0.72	0.15
(D)	0.5	0.6	1.0	0.62	0.038

Q_i 和 σ_i^2 都较高的很坏情况, (D) 为噪音即将超出标准而其它较好的情况。由上表和南京市城区环境质量等级划分情况看^[7], 宜于设置 Q_i 和 σ_i^2 的警报值, 前者可取 0.8, 后者宜取 0.04, 即超过这两个值之一时, 应发出环境严重恶化的警报, 以求改善环境。

用两个综合指数 Q_i 和 σ_i^2 并不会导致麻烦的问题, 与此类似的如气象报告中, 每次总有最高温度和最低温度两个指标报导气温, 一旦群众习惯之后, 人们肯定会接受用这两个综合指数所作的环境实报或预报。

附 录

车贝晓夫不等式为:

$$P[|P_i - E(P_i)| \geq \varepsilon] \leq \frac{\sigma_i^2}{\varepsilon^2}$$

现在取 $\varepsilon = 1$, 要求分指数 P_i 与平均值 $Q_i = E(P_i)$ 的偏离大于 1 的是小概率事件, 即取 5% 的显著性置信系数, 即得 σ_i^2 的上限为 0.05。

参 考 文 献

- [1] 林家翘, 自然杂志 **1**, 103(1978).
- [2] Green. M. H., *J. Air Pollut. Control Assoc.* **6**, 703 (1966).
- [3] Babcook. L. R., *J. Air Pollut. Control Assoc.* **20**, 653 (1970).
- [4] Council on Environmental Quality: The Third Annual Report of the Council on Environmental Quality, 11—43 (1972).
- [5] Shults. W. A. et al., Summary Report, ORNL-NSF-EP-56, July 1973.
- [6] 熊广政, 自然杂志 **1**, 468(1978).
- [7] 熊广政等: “南京市城区环境质量综合评价若干理论和方法的研究,” 全国环境地学研究论文集, 1979

近十年国内外微生物生态学进展

谢淑敏

(中国科学院微生物研究所)

微生物生态学是研究微生物与外界环境关系的科学。微生物生态学的研究虽已有一百多年的历史,但近年来,由于环境污染日益严重,微生物在污染环境与保护环境中的作用愈显重要,从而微生物生态学更加受到重视。

目前国外微生物生态学的研究,特别是在污染环境微生物生态学、异常环境微生物生态学等方面进展很快。但从总体来说,这些研究仍然处于初期阶段。微生物生态学如何能真实反映客观世界,其基础理论和研究方法及实验技术尚待完善。1970年国际微生物生态学委员会(International Commission of Microbial Ecology)成立。1977年8月在新西兰举行了有30个国家,404位科学家参加的第一次国际微生物生态学会议,并准备1980年在英国伦敦举行第二次会议。从国家来说,微生物生态学的发展也是不平衡的。日本、美国等对生态学的研究十分重视,因而也重视微生物生态学的研究。1972年,日本就举行了第一次微生物生态学会议。从研究水平看来,国外微生物生态学可以概括总结为六个水平:即群体水平,细胞水平,分子生物学水平,分子遗传学水平,人工模拟微生物生态系水平,生态系统分析和数学模拟自然界微生物生态系水平。每一个水平都在前一个水平的基础上提高,研究问题的理论也逐步深入。研究对象从宏观深入到微观,又从微观

螺旋上升到说明更复杂的,成为网络结构的宏观复合系统。这种螺旋上升的研究思维代表了当前微生物生态学研究的一种趋势。微生物生态学的这六个研究水平的发展也是不平衡的,例如在异常环境微生物生态学的研究中,分子生物学、分子遗传学发展得比较快而且深入。

国内对微生物生态学的研究还很薄弱,虽在土壤、石油微生物生态方面做过一些工作,但工作零星,没有形成体系,而且中断了十多年。目前,污水、海洋、湖泊、土壤、草原、菌根等微生物生态的研究,刚开始做一些工作,但在工作手段方面也比较落后,与国际先进水平相比,有很大差距,有待急起直追。1977年我国已参加联合国科教文组织制定的“人与生物圈”(Man and Biosphere,简称MAB)研究计划。现已着手研究的有长白山森林生态系统定位站土壤微生物生态、黄渤海石油污染区微生物生态、重金属污染物在微生物生态系统中的迁移、转化规律等方面的研究。这些工作将有助于我国微生物生态学研究的发展。

国外微生物生态学着重研究污染环境微生物生态学,异常环境下微生物生态学,海洋微生物生态学,土壤微生物生态学,水处理微生物生态学,水污染微生物生物化学生态学,宇宙微生物生态学以及微生物生态学现代方法论等方面内容。



年,科学出版社。

- [8] 环境污染综合评价研究——以大阪府为实例,北京市环境保护研究所译文,1976年5月。

- [9] Nemerow, N. L., *Scientific Stream Pollution Analysis* 1974

- [10] 唐永鑫,环境科学 2, 71(1979)。